

UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

EFFET DE CALCULS DRAGON MULTICELLULES DÉPENDANTS
DE L'ENVIRONNEMENT SUR LES PRÉDICTIONS DONJON POUR
LE ACR-1000

JEAN-SÉBASTIEN DUQUETTE
DÉPARTEMENT DE GÉNIE PHYSIQUE
ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL

MÉMOIRE PRÉSENTÉ EN VUE DE L'OBTENTION
DU DIPLÔME DE MAÎTRISE ÈS SCIENCES APPLIQUÉES
(GÉNIE ÉNERGÉTIQUE)
DÉCEMBRE 2008

© Jean-Sébastien Duquette, 2008.



Library and
Archives Canada

Bibliothèque et
Archives Canada

Published Heritage
Branch

Direction du
Patrimoine de l'édition

395 Wellington Street
Ottawa ON K1A 0N4
Canada

395, rue Wellington
Ottawa ON K1A 0N4
Canada

Your file Votre référence

ISBN: 978-0-494-48915-4

Our file Notre référence

ISBN: 978-0-494-48915-4

NOTICE:

The author has granted a non-exclusive license allowing Library and Archives Canada to reproduce, publish, archive, preserve, conserve, communicate to the public by telecommunication or on the Internet, loan, distribute and sell theses worldwide, for commercial or non-commercial purposes, in microform, paper, electronic and/or any other formats.

The author retains copyright ownership and moral rights in this thesis. Neither the thesis nor substantial extracts from it may be printed or otherwise reproduced without the author's permission.

AVIS:

L'auteur a accordé une licence non exclusive permettant à la Bibliothèque et Archives Canada de reproduire, publier, archiver, sauvegarder, conserver, transmettre au public par télécommunication ou par l'Internet, prêter, distribuer et vendre des thèses partout dans le monde, à des fins commerciales ou autres, sur support microforme, papier, électronique et/ou autres formats.

L'auteur conserve la propriété du droit d'auteur et des droits moraux qui protègent cette thèse. Ni la thèse ni des extraits substantiels de celle-ci ne doivent être imprimés ou autrement reproduits sans son autorisation.

In compliance with the Canadian Privacy Act some supporting forms may have been removed from this thesis.

Conformément à la loi canadienne sur la protection de la vie privée, quelques formulaires secondaires ont été enlevés de cette thèse.

While these forms may be included in the document page count, their removal does not represent any loss of content from the thesis.

Bien que ces formulaires aient inclus dans la pagination, il n'y aura aucun contenu manquant.

UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL

Ce mémoire intitulé :

EFFET DE CALCULS DRAGON MULTICELLULES DÉPENDANTS
DE L'ENVIRONNEMENT SUR LES PRÉDICTIONS DONJON POUR
LE ACR-1000

présenté par : DUQUETTE, Jean-Sébastien

en vue de l'obtention du diplôme de : Maîtrise ès sciences appliquées

a été dûment accepté par le jury d'examen constitué de:

M. TEYSSÉDOU Alberto, Ph.D., président

M. MARLEAU Guy, Ph.D., membre et directeur de recherche

M. KOCLAS Jean, Ph.D., membre et codirecteur de recherche

M. HÉBERT Alain, D.Ing., membre

À mes amis d'enfance.

À ma famille,

Jean-Paul, Marie-Noëlle, Michèle et Pascale Duquette

Remerciements

Je tiens à remercier Guy Marleau, mon directeur de maîtrise pour son aide dans ce projet. Je remercie aussi Alberto Tesseydou ainsi que Jean Koclas pour nos discussions sur la physique ou tout autre sujet qui me tiennent à cœur. Je dois mettre en évidence la contribution de Richard Cambon pour les calculs de cœur. J'aimerais remercier Elisabeth Varin pour son aide au début de ma maîtrise. Je dois aussi saluer tout les employés de l'Institut pour le climat chaleureux de notre milieu de recherche. Finalement, je dois remercier Ana Gavranic, ma famille et mes amis d'enfance pour leur soutien quasi quotidien.

Je tiens aussi à remercier l'Énergie atomique du Canada limitée (EACL) et le Conseil de recherche en sciences naturelles et en génie pour leur soutien financier.

Résumé

Pour bien comprendre le comportement d'un cœur de réacteur, il est nécessaire de faire un calcul de flux sur celui-ci. Pour obtenir ce flux, il faut résoudre l'équation de transport de Boltzmann. Cela n'est pas une tâche simple car il est impossible de trouver la solution analytique de l'équation de transport de neutrons sur un cœur complexe. Il est possible de résoudre numériquement l'équation de transport suite à une série d'approximations. Par exemple, l'équation de transport est résolue sur une cellule ou un assemblage tandis que les propriétés obtenues sont alors utilisés pour solutionner l'équation de diffusion sur l'ensemble du cœur. Dans ce projet, les calculs de transport et de diffusion seront faits sur un cœur d'ACR-1000.

Le dernier né de la technologie CANDU est le réacteur « Advanced CANDU Reactor » (ACR-1000). Ce réacteur de génération III+ devrait permettre d'obtenir une puissance de 1200 MW(e). Le pas des canaux de combustible du ACR-1000 est inférieur au pas du réacteur CANDU-6. Ainsi, les canaux de combustible sont plus proches pour le ACR-1000 que pour le CANDU-6. La réduction du pas des canaux, ajouté à l'utilisation de combustible enrichi et du caloporteur à eau légère, modifie le comportement des neutrons comparativement à leur comportement dans le CANDU-6. L'objectif de ce mémoire est de déterminer si la nouvelle géométrie du ACR-1000 fait en sorte que l'environnement d'une cellule a un impact important sur les propriétés de cette même cellule et sur un calcul de cœur. Le calcul de transport est fait avec le logiciel DRAGON version 3.05 alors que le calcul de diffusion sur un cœur complet s'effectue avec le logiciel DONJON version 3.01.

Le calcul de transport de référence implique une cellule isolée. Ensuite, une série de calculs sera considérée pour deux types d'assemblages, le premier modélisant le centre du réacteur et le deuxième, modélisant le bord du réacteur. De plus, l'âge du

combustible sera parfois homogène, parfois hétérogène. Le combustible sera brûlé durant six cents jours. On obtient ainsi une bibliothèque des sections efficaces macroscopique sur un intervalle de six cents jours à partir de ces simulations.

Par la suite, nous déterminerons l'effet des calculs multicellulaire de transport neutronique sur différents calculs de diffusion avec le logiciel DONJON. La bibliothèque des sections efficaces macroscopiques formée lors des calculs effectués avec le code DRAGON est utilisée et on en extrait les propriétés nucléaires nécessaire au calcul de cœur.

Le cœur sera modélisé de deux différentes manières. Premièrement, les effets au bord du réacteur seront observés à l'aide des propriétés issues du calcul de transport fait sur l'assemblage au bord du réacteur. Ensuite, les effets au centre du réacteur seront observés à partir des propriétés des cellules issues d'assemblages hétérogènes au centre du réacteur. Ainsi, cette étude permettra de déterminer si le calcul de diffusion sur un cœur complet est possible à partir d'un calcul de transport fait sur une cellule de référence isolée. Puisque le calcul de transport est un processus nécessitant beaucoup plus de puissance informatique que celui de diffusion, cette option est de beaucoup préférable. Le fait que la résolution de l'équation de diffusion du cœur soit influencée par l'environnement dans lequel les cellules ont évolué augmentera d'autant les ressources nécessaire au calcul de cœur du réacteur ACR-1000.

Abstract

For understanding the behavior of a nuclear reactor core, it is necessary to make a full core calculation in order to compute the neutrons flux. To obtain the neutrons flux, solving the Boltzmann transport equation is required. That is not a simple task and it is impossible to analytically find the solution of the neutrons transport equation on a complex core. Following a series of approximations, it is possible to numerically solve the neutrons transport equation. The solution of this equation is done step by step. Calculations will be performed over the ACR-1000 core.

The Advanced CANDU Reactor (ACR-1000) is a generation III+ heavy water moderated and light water cooled reactor. It is a 1200 MW(e) power reactor. Amongst the ACR-1000 design parameters that differ from the CANDU 6, the reduced lattice pitch and the use of light water coolant and enriched fuel are the three most important. Those features modify the behavior of the neutrons in the ACR compared to the CANDU 6. The impact of the tight lattice is that a cell is more strongly coupled to its neighbor.

The objective of this work is to determine the impact of the environment on the cell properties of the ACR-1000. Those properties will be used to perform full core calculations. The neutron transport calculations are performed with DRAGON whereas for the diffusion calculation on a full core. The code DONJON will be used. The DRAGON reference transport calculation will be made on a single cell. Then, a series of calculations will be performed using DRAGON over two types of assemblies, the first modelling the core interior and the second, modelling the core periphery. Moreover, the fuel age will sometimes be homogeneous, sometimes heterogeneous. The fuel will be burned during six hundred days. One thus obtains libraries of macroscopic cross sections over a six hundred days interval for various simulations. Thereafter, we

will determine the effect of a neutrons transport multicell calculation on various DONJON diffusion full core calculations. The macroscopic cross sections library formed during DRAGON calculations is used so we can extract the nuclear properties necessary for the diffusion calculation. The core will be modelled in two different ways. Firstly, the periphery effects will be observed using the properties resulting from the transport calculation made on the periphery assembly. Then, the interior effects will be observed using the cells properties resulting from an interior core heterogeneous assembly. Thus, this study will determine if the full core calculation can be carried out using single isolated cells properties.

Table des matières

Dédicace.....	IV
Remerciements.....	V
Résumé.....	VI
Abstract	VIII
Liste des tableaux.....	XIII
Liste des figures	XIV
Introduction.....	1
Chapitre 1 Équations du calcul neutronique	4
1.1 Quelques grandeurs physiques.....	4
1.2 Équation de transport	5
1.2.1 Densité de source	8
1.2.2 Les conditions frontières	9
1.2.3 Évolution isotopique	10
1.2.4 Équation de transport sous la forme multigroupe	12
1.2.5 Autoprotection des résonances.....	13
1.2.5.1 Méthode de Stamm'ler généralisé.....	14
1.3 Résolution de l'équation de transport	16
1.3.1 Probabilités de collision	17
1.4 Modèle de fuite B_n	20
1.4.1 Modèle de fuite homogène.....	21
1.4.2 Modèle de fuite hétérogène.....	23
1.5 Calcul du coefficient de fuite dans un réseau.....	25
1.6 Équation de diffusion	26
1.6.1 La loi de Fick	26
1.6.2 Les conditions frontières	27
1.6.3 Discrétisation de l'équation de diffusion des neutrons	28

Chapitre 2 Modèles DRAGON et DONJON du ACR-1000.....	30
2.1 Le code DRAGON version 3.05	30
2.1.1 Géométrie DRAGON.....	32
2.1.1.1 Cellule unitaire	32
2.1.1.2 Assemblage multicellulaire à l'intérieur du cœur	34
2.1.1.3 Assemblage de cellule unitaire	36
2.1.1.4 Assemblage de référence	36
2.1.1.5 Assemblage de cellule tirée de l'assemblage de référence	37
2.1.1.6 Assemblage de cellule tirée de l'assemblage de référence évolué.....	38
2.1.1.7 Assemblage multicellulaire de la périphérie du cœur	39
2.1.2 Simulation de la condition de flux entrant nul	41
2.1.3 Analyse de convergence.....	43
2.1.4 Impact de la discrétisation sur les propriétés	44
2.1.4.1 Discrétisation sur le combustible	44
2.1.4.2 Discrétisation sur le caloporteur	45
2.1.4.3 Discrétisation sur le modérateur.....	45
2.1.4.4 Discrétisation combinée	46
2.2 Le code DONJON.....	47
2.2.1 Le réacteur ACR-1000	48
2.2.2 Géométrie DONJON.....	50
Chapitre 3 Résultats des calculs DONJON et DRAGON.....	53
3.1 Effet de l'environnement.....	53
3.2 Résultats numérique des calculs DRAGON	53
3.2.1 Comparaison des propriétés des cellules unitaires.....	53
3.2.2 Contribution du cadmium et du réflecteur sur le coefficient de fuite	59
3.3 Résultats numérique des calculs DONJON.....	60
3.3.1 Effet à la périphérie du cœur	60
3.3.2 Effet d'un cœur homogène.....	69

3.3.1 Effet d'un cœur fortement hétérogène	79
Conclusion	91

Liste des tableaux

Tableau 2.1 Épaisseur du cadmium	42
Tableau 2.2 Analyse de convergence	43
Tableau 2.3 Discrétisation du combustible	44
Tableau 2.4 Discrétisation du caloporteur	45
Tableau 2.5 Discrétisation du modérateur	46
Tableau 2.6 Discrétisation combinée	47
Tableau 3.1 Section efficace totale et variation des cellules de référence	54
Tableau 3.2 Section efficace de fission et variation des cellules de référence	55
Tableau 3.3 Coefficient de diffusion et variation des cellules de référence	56
Tableau 3.4 Coefficient k_{∞} et variation des cellules de référence	57
Tableau 3.5 Propriétés instantanées des cellules de référence	58
Tableau 3.6 Variation du coefficient de fuite avec l'ajout de cadmium et du réflecteur	59
Tableau 3.7 Effet à la périphérie du réacteur avec sous division selon z	62
Tableau 3.8 Effet à la périphérie du réacteur sans sous division selon z	63
Tableau 3.9 Valeur du k_{eff} d'un cœur homogène	70
Tableau 3.10 Valeur du k_{eff} d'un cœur hétérogène	80

Liste des figures

Figure 2.1 Géométrie DRAGON de la cellule unitaire de référence pour le calcul d'autoprotection	32
Figure 2.2 Géométrie DRAGON de la cellule unitaire de référence pour le calcul de transport.....	33
Figure 2.3 Géométrie DRAGON des cellules unitaires pour le calcul de transport ..	34
Figure 2.4 Emplacement des cellules dans l'assemblage à l'intérieur du cœur.....	35
Figure 2.5 Géométrie DRAGON de l'assemblage multicellulaire à l'intérieur du réacteur pour le calcul de transport	35
Figure 2.6 Assemblage de cellule unitaire	36
Figure 2.7 Assemblage centre de référence	37
Figure 2.8 Combinaison de cellule provenant de l'assemblage centre de référence .	38
Figure 2.9 L'Assemblage centre à environnement hétérogène évolué	39
Figure 2.10 Géométrie de l'assemblage au bord du réacteur du calcul transport	40
Figure 2.11 Barres de contrôle du ACR-1000	49
Figure 2.12 Définition des mélanges du cœur complet périphérique.....	50
Figure 2.13 Définition des mélanges du centre du cœur complet.....	51
Figure 3.1 Assignment des mélanges pour le calcul DONJON au bord du réacteur .	61
Figure 3.2 Flux thermique dans le plan #1 de PeriCel.....	63
Figure 3.3 Flux thermique dans le plan #1 de PeriBord	64
Figure 3.4 Flux thermique dans le plan #6 de PeriCel.....	65
Figure 3.5 Flux thermique dans le plan #6 de PeriBord	65
Figure 3.6 Flux rapide dans le plan #6 de PeriCel	66
Figure 3.7 Flux rapide dans le plan #6 de PeriBord.....	67
Figure 3.8 Flux thermique dans le plan #12 de PeriCel.....	67
Figure 3.9 Flux thermique dans le plan #12 de PeriBord	68
Figure 3.10 Flux rapide dans le plan #6 de CURHom.....	73

Figure 3.11 Flux rapide dans le plan #6 de CUBHom.....	73
Figure 3.12 Flux rapide dans le plan #6 de CEBHom	74
Figure 3.13 Flux rapide dans le plan #6 de CEBHomPL.....	74
Figure 3.14 Flux thermique dans le plan #6 de CURHom.....	75
Figure 3.15 Flux thermique dans le plan #6 de CUBHom.....	75
Figure 3.16 Flux thermique dans le plan #6 de CEBHom	76
Figure 3.17 Flux thermique dans le plan #6 de CEBHomPL	76
Figure 3.18 Flux thermique dans le plan #1 de CURHom.....	77
Figure 3.19 Flux thermique dans le plan #1 de CEBHom	78
Figure 3.20 Flux thermique dans le plan #12 de CURHom.....	78
Figure 3.21 Flux thermique dans le plan #12 de CEBHom	79
Figure 3.22 Assignation des mélanges du calcul DONJON	81
Figure 3.23 Flux rapide du plan #6 de CURHet	83
Figure 3.24 Flux rapide du plan #6 de CUBHet	83
Figure 3.25 Flux rapide du plan #6 de CRBHet.....	84
Figure 3.26 Flux rapide du plan #6 de CEBHet.....	84
Figure 3.27 Flux rapide du plan #6 de CEBHetPL	85
Figure 3.28 Flux thermique du plan #6 de CURHet	86
Figure 3.29 Flux thermique du plan #6 de CRBHet	86
Figure 3.30 Flux thermique du plan #6 de CEBHet.....	87
Figure 3.31 Flux thermique du plan #6 de CEBHetPL.....	87
Figure 3.32 Flux thermique du plan #12 de CUBHet.....	88
Figure 3.33 Flux thermique du plan #12 de CRBHet	89
Figure 3.34 Flux thermique du plan #12 de CEBHet	89
Figure 3.35 Flux thermique du plan #1 de CEBHet.....	90

Introduction

Depuis le début du nouveau millénaire, nous assistons à une augmentation fulgurante des prix de l'énergie. Par exemple, le prix du baril de pétrole brut a plus que triplé. Pour beaucoup d'États, l'augmentation du prix de l'essence peut avoir des conséquences dramatiques. En effet, plusieurs pays, faute d'avoir d'autres technologies, sont dépendants du pétrole pour produire leur énergie électrique. Produire de l'énergie électrique avec des combustibles fossiles s'avère de plus en plus dispendieux et cela est sans compter les effets néfastes de ces technologies sur l'environnement. Ainsi, pour faire face à une flambée des prix de certains types d'énergie tel le combustible fossile, les États tentent de diversifier leurs sources d'énergie. Face à la demande d'approvisionnement en énergie économique, sécuritaire et la plus verte possible, Énergie Atomique du Canada Limitée (EACL) est en train de développer le nouveau réacteur nucléaire ACR-1000 (Buijs et al., 2007).

Avant la mise en marche d'un réacteur nucléaire, il faut faire plusieurs analyses reliées à sa sûreté dont un calcul de diffusion sur le cœur. Il faut aussi s'assurer que la réaction de fission en chaîne s'auto-entretienne sans toutefois s'emballer. Ainsi, la création de neutrons doit être suffisante pour qu'un neutron entraîne, suite à une fission, la création d'au moins un autre neutron. Lors de la fission, de l'énergie est dégagée. C'est cette énergie qui est recueillie et transformée en électricité. L'énergie recueillie est donc grossièrement proportionnelle au nombre de fissions. Le nombre de fissions est proportionnel au nombre de collisions entre un neutron et un noyau fissible. Le nombre de collisions est proportionnel au flux de neutrons dans le cœur du réacteur. Il est donc nécessaire de calculer le flux neutronique dans le cœur du réacteur afin de connaître les propriétés du dit réacteur. Afin de calculer le flux de neutrons sur les points géométriques du cœur, il faut résoudre l'équation de transport de neutrons. Cette équation ne peut se résoudre analytiquement, il faut la résoudre numériquement. Cette

résolution nécessite plusieurs étapes de calculs dont chacune contient une série d'approximations.

Pour faire un calcul de cœur, il faut dans un premier temps procéder à un calcul de transport soit sur un assemblage de cellules, soit sur une cellule. Une fois le calcul de transport fait, on obtient les propriétés d'un mélange associé à la cellule. Par la suite, ce mélange est utilisé pour exécuter un calcul de diffusion sur le cœur du réacteur. Ce calcul requiert beaucoup moins de puissance informatique que celui de transport.

Dans ce projet, le calcul de réseau ou de cellule est fait à l'aide du logiciel DRAGON version 3.05 (Marleau et al., 2006) développé par l'Institut de génie nucléaire (IGN) de l'École Polytechnique de Montréal. Le calcul de diffusion sur le cœur est fait avec le logiciel DONJON version 3.01 (Varin et al., 2005) aussi développé par l'IGN.

Le but de ce mémoire est d'évaluer l'impact de l'environnement de la cellule sur un calcul de cœur. Dans un premier temps, des calculs de transport sont faits sur une cellule isolée ainsi que sur des assemblages de cellules. Les différentes propriétés obtenues suite aux calculs de transport de neutrons sont postérieurement utilisés pour faire les calculs de diffusion sur le cœur. Les calculs de cœur du CANDU-6 sont couramment effectués à partir des propriétés obtenues suite à un calcul transport exécuté sur une cellule isolée. De cette manière, le fait que la cellule évolue en bordure du réacteur a peu d'impact sur le calcul de cœur. Par contre, il a été démontré que cette approximation n'est plus nécessairement valide pour un cœur hétérogène (Shen, 2005) et aux périphéries (Shen, 2006) du ACR-1000. En effet, ceci vient des modifications dans le design du ACR-1000 qui seront explicités au prochain paragraphe.

On retrouve plusieurs différences entre le design du ACR-1000 et celui du CANDU-6. Parmi celles-ci, on note une diminution du pas de réseau, l'utilisation d'eau légère

comme caloporteur et de l'uranium enrichi comme combustible. Le ACR-1000 est un réacteur à tube de force et il est constitué de 520 canaux de combustible avec un pas de réseau de 24 cm. Le CANDU-6 contient 380 canaux de combustible et un pas de réseau de 28,6 cm. Notons que les diamètres des deux réacteurs sont sensiblement les mêmes. Comme le pas de réseau du ACR-1000 est beaucoup plus petit que celui du CANDU-6, le combustible des différents canaux est plus rapproché couplant ainsi fortement les cellules. Bref, toutes les variations énumérées ci-haut modifient fortement le comportement des neutrons pour le ACR-1000 comparativement au comportement des neutrons dans le CANDU-6. C'est pour cela que EACL a implanté la possibilité d'analyser un assemblage multicellulaire dans le code WIMS (Shen, 2006).

Dans le premier chapitre, nous présenterons les éléments théoriques nécessaires à la compréhension du calcul de transport et de diffusion des neutrons. Dans le deuxième chapitre, nous modéliserons une cellule isolée des différents assemblages de cellules d'ACR-1000 avec DRAGON dans le but d'observer si l'environnement dans lequel la cellule évolue a de l'impact sur les propriétés de cette cellule. Ce chapitre se terminera par une description de la modélisation DONJON du cœur du réacteur ACR-1000. Dans le troisième chapitre, nous mettrons en évidence l'impact des différents calculs de transport de cellules sur des calculs de diffusion faits sur le cœur du réacteur ACR-1000 avec le logiciel DONJON.

Chapitre 1

Équations du calcul neutronique

1.1 Quelques grandeurs physiques

La physique statistique permet d'exprimer la densité des neutrons dans un réacteur. Dans un réacteur nucléaire la densité de neutrons permet de négliger l'interaction de type neutron-neutron. On peut donc décrire le comportement des neutrons comme un gaz monoatomique libre. Ce gaz évolue dans un espace de phases à six dimensions dont trois dimensions correspondent aux trois variables de position, alors que les trois autres dimensions correspondent aux trois coordonnées de la vitesse. Ainsi, dans le temps, on décrit le déplacement du neutron avec :

- Le vecteur position $\vec{r}(x, y, z)$
- La vitesse du neutron dans le référentiel du laboratoire $\vec{V}_n = \frac{d\vec{r}}{dt}$ avec la norme

$$V_n = \|\vec{V}_n\| \text{ et de direction } \vec{\Omega} = \frac{\vec{V}_n}{V_n}$$

- Le temps t pour un régime non stationnaire

La densité des neutrons $n(\vec{r}, V_n, \vec{\Omega}, t)$ est telle que $n(\vec{r}, V_n, \vec{\Omega}, t) d^3r dV_n d^2\Omega$ représente l'ensemble des neutrons ayant une vitesse dV_n autour de la vitesse V_n , dans l'élément de volume d^3r autour de la position \vec{r} , dans l'élément de l'angle solide $d^2\Omega$ autour de la direction $\vec{\Omega}$ au temps t . La densité neutronique et le flux angulaire neutronique sont liés par la relation suivante :

$$\phi(\vec{r}, V_n, \vec{\Omega}, t) = V_n n(\vec{r}, V_n, \vec{\Omega}, t) \quad (1.1)$$

En appliquant une réduction sur la distribution selon $\bar{\Omega}$, on obtient le flux scalaire :

$$\phi(\bar{r}, V_n, t) = \int_{4\pi} d^2\Omega \phi(\bar{r}, V_n, \bar{\Omega}, t) \quad (1.2)$$

Le courant angulaire est un vecteur défini comme étant :

$$\bar{J}(\bar{r}, V_n, \bar{\Omega}, t) = \bar{\Omega} \phi(\bar{r}, V_n, \bar{\Omega}, t) \quad (1.3)$$

De la même manière que pour le flux angulaire, on trouve que le courant scalaire est :

$$\bar{J}(\bar{r}, V_n, t) = \int_{4\pi} d^2\Omega \bar{J}(\bar{r}, V_n, \bar{\Omega}, t) = \int_{4\pi} d^2\Omega \bar{\Omega} \phi(\bar{r}, V_n, \bar{\Omega}, t) \quad (1.4)$$

De plus, on sait que la vitesse et l'énergie des neutrons sont liées par la relation suivante :

$$E = \frac{1}{2} m_n V_n^2 \quad (1.5)$$

où m_n est la masse du neutron.

1.2 Équation de transport

Maintenant que nous avons défini quelques grandeurs physiques, il est possible de calculer le flux de neutron dans le réacteur. Pour ce faire, il faut résoudre une équation qui décrit la population de neutrons en fonction de tout point de l'espace, de la vitesse et du temps. La densité des neutrons est à la fois suffisamment grande pour utiliser la physique statistique et assez petite pour négliger l'interaction neutron-neutron.

Pour établir cette équation, il faut considérer le bilan de la population neutronique dans un volume de contrôle, noté C . La surface entourant le volume C est notée ∂C . Considérons une particule dans le volume C se déplaçant dans la direction $\bar{\Omega}$ avec une vitesse V_n (Hébert, 2006). Initialement, le nombre de neutrons dans l'hypervolume $d^3r dV_n d^2\Omega$ est :

$$\int_C d^3r n(\bar{r}, V_n, \bar{\Omega}, t) dV_n d^2\Omega \quad (1.6)$$

Pour exprimer la variation des neutrons dans l'hypervolume et dans le temps, définissons les quantités suivantes :

- La variation du nombre de neutrons est :

$$VN = \int_C d^3r \left[n(\vec{r}, V_n, \vec{\Omega}, t + \Delta t) - n(\vec{r}, V_n, \vec{\Omega}, t) \right] dV_n d^2\Omega \quad (1.7)$$

- Le nombre de neutrons créés est :

$$NC = \int_C d^3r Q(\vec{r}, V_n, \vec{\Omega}, t) dV_n d^2\Omega \Delta t \quad (1.8)$$

où $Q(\vec{r}, V_n, \vec{\Omega}, t)$ est la densité de source.

- Le nombre de neutrons perdus par collision est :

$$NP = \int_C d^3r \Sigma(\vec{r}, V_n) \left[V_n n(\vec{r}, V_n, \vec{\Omega}, t) \right] dV_n d^2\Omega \Delta t \quad (1.9)$$

où $\Sigma(\vec{r}, V_n)$ est la section efficace totale du milieu. On considère la section efficace indépendante de t et de $\vec{\Omega}$. L'indépendance de la section efficace par rapport au temps est généralement non valide. On soustrait cette dépendance pour simplifier la notation. Il en sera de même pour les autres sections efficaces. On considère aussi la section efficace totale du milieu isotrope.

- Le bilan du nombre de neutrons qui entrent et qui sortent de la surface ∂C est :

$$BN = \int_C d^3r \nabla \cdot \vec{\Omega} \phi(\vec{r}, V_n, \vec{\Omega}, t) dV_n d^2\Omega \Delta t \quad (1.10)$$

Notons que le théorème d'Ostrogradsky¹ est utilisé afin de transformer l'intégrale sur la surface en intégrale sur le volume.

On peut exprimer l'équation du bilan neutronique dans l'hypervolume comme étant :

¹ Le flux d'un vecteur \vec{A} traversant la surface d'un volume est égal à l'intégrale, sur le volume relié à la surface, de la divergence du vecteur :

$$\iint_S \vec{A} \cdot d\vec{s} = \iiint_V (\nabla \cdot \vec{A}) dV$$

$$VN = NC - NP - BN \quad (1.11)$$

En simplifiant l'intégrale sur le volume, en utilisant le théorème de la divergence et en faisant tendre $\Delta t \rightarrow 0$, on obtient l'équation (1.11) sous la forme suivante :

$$\frac{1}{V_n} \frac{\partial}{\partial t} \phi(\bar{r}, V_n, \bar{\Omega}, t) + \bar{\Omega} \cdot \bar{\nabla} \phi(\bar{r}, V_n, \bar{\Omega}, t) + \Sigma(\bar{r}, V_n) \phi(\bar{r}, V_n, \bar{\Omega}, t) = Q(\bar{r}, V_n, \bar{\Omega}, t) \quad (1.12)$$

Cette équation est résolue numériquement. On considère que sur un petit intervalle de temps, le flux neutronique, les sections efficaces ainsi que la densité de source varient très peu. Ainsi, l'équation de transport peut être traitée sous une forme stationnaire durant un bref intervalle de temps. Après ce petit intervalle de temps, un calcul de l'évolution isotopique (équation (1.25)) est fait. Avec les nouvelles concentrations isotopiques, les nouvelles sections efficaces et les nouveaux flux sont calculés afin de résoudre à nouveau l'équation de transport. Nous verrons à la section 1.2.4 la théorie de l'évolution isotopique.

En exprimant l'équation (1.12) sous la forme stationnaire en fonction de l'énergie, on obtient :

$$\bar{\Omega} \cdot \bar{\nabla} \phi(\bar{r}, E, \bar{\Omega}) + \Sigma(\bar{r}, E) \phi(\bar{r}, E, \bar{\Omega}) = Q(\bar{r}, E, \bar{\Omega}) \quad (1.13)$$

qui est l'équation de transport des neutrons indépendante du temps. Sur un bref intervalle de temps, on peut définir la section efficace macroscopique indépendante du temps de l'équation (1.13) par la relation suivante :

$$\Sigma(\bar{r}, E) = \Sigma(\bar{r}, E, t) = \sum_j N_j(\bar{r}, t) \sigma_j(E) \quad (1.14)$$

Les autres sections efficaces de type x sont traitées de la relation suivante :

$$\Sigma_x(\bar{r}, E) = \Sigma_x(\bar{r}, E, t) = \sum_j N_j(\bar{r}, t) \sigma_{x,j}(E) \quad (1.15)$$

1.2.1 Densité de source

En développant la densité de source située du côté droit de l'équation (1.13), et en considérant que la source de fission est isotrope, on a que :

$$Q(\vec{r}, E, \vec{\Omega}) = \int_{4\pi} d^2\Omega' \int_0^\infty dE' \Sigma_s(\vec{r}, E \leftarrow E', \vec{\Omega} \leftarrow \vec{\Omega}') \phi(\vec{r}, E', \vec{\Omega}') + \frac{1}{4\pi k_{eff}} Q^{fiss}(\vec{r}, E) \quad (1.16)$$

avec :

- $\Sigma_s(\vec{r}, E \leftarrow E', \vec{\Omega} \leftarrow \vec{\Omega}')$ = section efficace macroscopique de diffusion de l'énergie E' vers E et de direction $\vec{\Omega}'$ vers $\vec{\Omega}$ incluant les réactions de type (x, nx) .
- k_{eff} = facteur de multiplication effectif qui est une valeur propre de l'équation.
- $\phi(\vec{r}, E', \vec{\Omega}')$ = flux angulaire d'énergie E' et de direction $\vec{\Omega}'$.
- $Q^{fiss}(\vec{r}, E)$ = source de fission isotrope.

Revenons au coefficient de multiplication effectif. On utilise ce facteur dans des calculs où la géométrie est finie; on peut l'exprimer de la manière suivante :

$$k_{eff} = \frac{\text{Nombre de neutrons produits par génération}}{\text{Neutrons absorbés dans la génération précédente} + \text{Fuite de neutrons dans la génération précédente}} \quad (1.17)$$

Lorsque la valeur de k_{eff} est supérieure à l'unité, le réacteur est sur-critique. Lorsqu'elle est égale à l'unité, le réacteur est critique. Enfin, lorsqu'elle est inférieure à l'unité, le réacteur est sous-critique. La plus petite valeur propre de l'équation (1.16) est le mode fondamental correspondant au k_{eff} du réacteur. Les autres valeurs propres représentent les harmoniques.

Dans le cas où l'on considère le milieu comme infini ou un réseau infini, on utilise plutôt le coefficient de multiplication infini qui est :

$$k_{\infty} = \frac{\text{Nombre de neutrons produits par génération}}{\text{Neutrons absorbés dans la génération précédente}} \quad (1.18)$$

Dans l'équation (1.16), on suppose que la source de fission est isotrope et indépendante de l'énergie du neutron incident. Chaque noyau fissible possède un spectre de fission. Ce spectre de fission n'est rien d'autre que la distribution en énergie des neutrons issus de la fission. On note $\chi_j(E)$ le spectre de fission d'un isotope j . Le spectre de fission est normalisé sur l'énergie de telle sorte que :

$$\int_0^{\infty} dE \chi_j(E) = 1 \quad (1.19)$$

Le nombre de neutrons émis par fission multiplié par la section efficace macroscopique de fission est :

$$\nu \Sigma_{f,j}(\vec{r}, E') \quad (1.20)$$

Ainsi, la source isotrope de fission s'écrit :

$$Q^{fiss}(\vec{r}, E') = \sum_{j=1}^{J^{fiss}} \chi_j(E) \int_0^{\infty} dE \nu \Sigma_{f,j}(\vec{r}, E') \phi(\vec{r}, E') \quad (1.21)$$

où $\phi(\vec{r}, E')$ est le flux intégré sur l'angle solide et J^{fiss} est le nombre d'isotopes fissiles.

1.2.2 Les conditions frontières

Maintenant que les bases de l'équation de transport ont été posées, il faut résoudre l'équation de transport sur une cellule. Ainsi, on considère que le neutron se trouve dans un volume infinitésimal noté ∂V sur lequel il faut appliquer des conditions frontières.

La normale de la surface du volume infinitésimal est notée $\vec{N}(\vec{r}_s)$. Il existe plusieurs conditions frontières dont nous n'exposerons pas la théorie. Dans ce projet, les trois conditions frontières suivantes sont utilisées dans le logiciel DRAGON :

- Condition frontière de flux entrant nul sur la surface :

$$\phi(\vec{r}_s, E) = 0 \text{ avec } \vec{\Omega} \cdot \vec{N}(\vec{r}_s) < 0 \quad (1.22)$$

- Condition de réflexion blanche : Toutes les particules quittant un volume V retournent dans un volume V avec une distribution angulaire isotropique, de telle sorte que :

$$\phi(\vec{r}_s, E, \vec{\Omega}) = 4 \int_{\vec{\Omega}' \cdot \vec{N}(\vec{r}_s)} d^2\Omega' [\vec{\Omega}' \cdot \vec{N}(\vec{r}_s)] \phi(\vec{r}_s, E, \vec{\Omega}') \quad (1.23)$$

où $\vec{\Omega}'$ est la direction des neutrons sortants.

- Condition périodique blanche : Le flux sur une frontière est égal au flux sur la frontière parallèle. Dans ce cas, on écrit :

$$\phi(\vec{r}_s, E, \vec{\Omega}) = 4 \int_{\vec{\Omega}' \cdot \vec{N}(\vec{r}_s + \Delta\vec{r}_s)} d^2\Omega' [\vec{\Omega}' \cdot \vec{N}(\vec{r}_s + \Delta\vec{r}_s)] \phi(\vec{r}_s + \Delta\vec{r}_s, E, \vec{\Omega}') \quad (1.24)$$

1.2.3 Évolution isotopique

Un calcul d'évolution consiste à calculer les concentrations isotopiques dans le temps des différents noyaux composant les matériaux présents dans le réacteur. Dans un calcul neutronique, l'évolution sert à dresser un bilan de matière en fonction de l'irradiation du combustible. Notons que la dépendance en temps a été retirée dans la section 1.2 pour les sections efficaces totales, pour la densité de source ainsi que pour le flux neutronique. Nous allons seulement considérer la variation de la concentration

isotopique sur un petit intervalle de temps. L'évolution des concentrations isotopiques, pour un point dans l'espace spatial, peut être exprimée par les équations suivantes :

$$\frac{dN_k}{dt} = \int_0^\infty dE \left[\sum_l \left((\sigma_{l \rightarrow k}(E) + Y_k \sigma_{f,l}(E)) \phi(E) + \lambda_{l \rightarrow k} \right) N_l - \left(\sigma_{a,k}(E) \phi(E) + \lambda_k \right) N_k \right] \quad (1.25)$$

où

- $\sigma_{l \rightarrow k}(E)$ est la section efficace des réactions transformant l'isotope l vers l'isotope k .
- Y_k est la probabilité qu'après une fission, l'isotope k soit produit.
- $\sigma_{f,l}(E)$ est la section efficace de fission de l'isotope l .
- $\lambda_{l \rightarrow k}$ est la constante de décroissance radioactive de l'isotope l vers l'isotope k .
- N_l est la concentration de l'isotope l .
- $\sigma_{a,k}(E)$ est la section efficace d'absorption de l'isotope k .
- $\lambda_k = \sum_l \lambda_{k \rightarrow l}$ est la constante de décroissance radioactive de l'isotope k .
- N_k est la concentration de l'isotope k .

Pour résoudre l'équation (1.25), il faut faire une discrétisation selon le temps. On considère le flux neutronique comme constant sur cet intervalle de temps (appelé pas de combustion). Au départ de l'évolution isotopique, l'ensemble des variables sont connues. On peut ainsi calculer les nouvelles concentrations isotopiques. Avec ces nouvelles concentrations isotopiques, on calcule les nouvelles sections efficaces permettant de calculer le nouveau flux neutronique. Ce flux neutronique est ensuite utilisé pour refaire le calcul d'évolution isotopique et ainsi de suite. L'équation (1.25) est donc résolue pour différents pas de combustion, ce qui permet de construire une bibliothèque de sections efficaces dont nous pourrions interpoler des sections efficaces à différents taux d'irradiation pour faire des calculs de coeur. On remarque aussi que ces

équations sont indépendantes de la variable spatiale. Ceci s'explique par le fait qu'elles sont intégrées pour chaque point de l'espace.

1.2.4 Équation de transport sous la forme multigroupe

Nous savons que l'équation de transport doit être résolue numériquement. De ce point de vue, on applique une discrétisation en énergie sur l'équation de transport pour la transformer sous une forme multigroupe en énergie. Puisque c'est un intervalle d'énergie, i.e. de vitesse, on obtient des propriétés moyennes sur chaque groupe d'énergie. Notons que l'intervalle d'énergie est de type $[E^g, E^{g+1}]$ avec E^g l'énergie la plus grande.

La forme multigroupe de l'équation de transport est :

$$\vec{\Omega} \cdot \vec{\nabla} \phi^g(\vec{r}, \vec{\Omega}) + \tilde{\Sigma}^g(\vec{r}) \phi^g(\vec{r}, \vec{\Omega}) = Q^g(\vec{r}, \vec{\Omega}) \quad (1.26)$$

Le signe tilde au-dessus de la section efficace totale signifie que c'est une section efficace auto-protégée. L'autoprotection tient compte des résonances des sections efficaces dont la théorie sera expliquée à la section 1.2.5. Ainsi, dans le restant de la section, le signe tilde au-dessus des sections efficaces signifie que celles-ci sont auto-protégées.

Sous la forme multigroupe, la densité de source devient :

$$\begin{aligned} Q^g(\vec{r}, \vec{\Omega}) = & \sum_{h=1}^G \int_{4\pi} d^2\Omega' \tilde{\Sigma}_s^{g \leftarrow h}(\vec{r}, \vec{\Omega} \leftarrow \vec{\Omega}') \phi^h(\vec{r}, \vec{\Omega}') \\ & + \frac{1}{4\pi k_{eff}} \sum_{j=1}^{J^{fiss}} \chi_j^g \sum_{h=1}^G v \tilde{\Sigma}_{f,j}^h(\vec{r}) \phi^h(\vec{r}) \end{aligned} \quad (1.27)$$

On appelle l'abscisse curviligne une quantité s telle que $ds^2 = dx^2 + dy^2 + dz^2$. Avec l'abscisse curviligne, on peut mettre l'équation (1.26) sous une forme qu'on appelle la forme caractéristique de l'équation de transport de neutrons :

$$\frac{d}{ds} \phi^g(\vec{r} + s\vec{\Omega}, \vec{\Omega}) + \tilde{\Sigma}^g(\vec{r} + s\vec{\Omega}) \phi^g(\vec{r} + s\vec{\Omega}, \vec{\Omega}) = Q^g(\vec{r} + s\vec{\Omega}, \vec{\Omega}) \quad (1.28)$$

où $s = |\vec{r} - \vec{r}'|$. On définit le parcours optique comme étant :

$$\tau^g(s) = \int_0^s ds' \tilde{\Sigma}^g(\vec{r} + s'\vec{\Omega}) \quad (1.29)$$

À l'aide de l'équation (1.29), on peut réécrire l'équation (1.28) sous la forme intégrale :

$$\phi^g(\vec{r}, \vec{\Omega}) = \int_0^\infty ds e^{-\tau^g(s)} Q^g(\vec{r} - s\vec{\Omega}, \vec{\Omega}) \quad (1.30)$$

1.2.5 Autoprotection des résonances

L'interaction entre un neutron et un noyau varie en fonction de l'énergie du neutron. En effet, pour certaines énergies d'un neutron incident, l'amplitude de l'interaction avec un noyau peut varier drastiquement lors de la résonance. Les équations de transport sont maintenant discrétisées en énergie. Pour certaines énergies correspondant à une résonance, l'amplitude du flux est diminuée. Ceci affecte l'ensemble des calculs impliquant le flux neutronique.

Pour cela on utilise une valeur moyenne de la section efficace sur l'intervalle d'énergie où il y a résonance. C'est alors qu'on obtient un taux de réaction surestimé. Le calcul d'autoprotection consiste en une condensation sur un certain nombre de groupes d'énergies de telle sorte que l'on obtient une estimation des taux de réaction moyens et des flux moyens pour chaque isotope résonant et pour chaque groupe d'énergie où il y a résonance. De cette manière, on obtient des sections efficaces dites auto-protégées, et on les utilise pour effectuer le calcul de flux multigroupe (Hébert et al., 1991). On multiplie ensuite les sections efficaces moyennes par des facteurs d'équivalence afin de tenir

compte des effets non-linéaires résultant de la condensation. On définit la section efficace microscopique auto-protégée de la manière suivante :

$$\langle \sigma \rangle_k^g = \tilde{\sigma}_k^g = \frac{\int_{E_g}^{E_{g-1}} dE \sigma_k(E) \phi(E)}{\int_{E_g}^{E_{g-1}} dE \phi(E)} \quad (1.31)$$

où k est l'isotope. Notons que lors de ce calcul le flux n'est pas encore connu, il faut donc l'estimer.

1.2.5.1 Méthode de Stamm'ler généralisé

Dans ce mémoire, nous avons utilisé la méthode Stamm'ler généralisée (Hébert et Marleau, 1991) pour l'autoprotection des résonances. Cette méthode consiste à considérer un isotope résonant sur la région prise de telle sorte que l'on a :

$$\phi_i(E) = \sum_{y=1}^Y p_{iy}(E) \left[R_y^+ \{ \phi_y(E) \} + R_y^* \{ \phi_y(E) \} \right] \quad (1.32)$$

où $p_{ij}(E)$ est la matrice des probabilités réduites qui sera développée dans la section 1.3.1. Avec les opérateurs définis comme :

- $R_y^+ \{ \phi_y(E) \} = \int_0^\infty dE' \Sigma_{s,y}^+(E \leftarrow E') \phi_y(E')$ est l'opérateur de ralentissement d'un isotope léger dans la région y .
- $R_y^* \{ \phi_y(E) \} = \int_0^\infty dE' \Sigma_{s,y}^+(E \leftarrow E') \phi_y(E')$ est l'opérateur de ralentissement d'un isotope lourd dans la région y .

Les approximations proposées par Livolant-Jeanpierre (Reuss, 1986; Livolant et al., 1974) consistent à considérer le flux neutronique factorisable dans chaque région

comme un produit d'une distribution régulière en énergie, noté $\psi(E)$, avec une structure fine résonante $\varphi(E)$. On peut maintenant reformuler la section efficace macroscopique auto-protégée en fonction de la structure fine moyenne de telle sorte que l'équation (1.31) devient :

$$\tilde{\sigma}_{\rho,i}^g = \frac{I_{\rho,i}^g}{\tilde{\varphi}_i^g} \quad (1.33)$$

Avec l'intégrale de résonance efficace de la région i définie comme :

$$I_{\rho,i}^g = \frac{1}{V_i} \int_{V_i} d^3r \langle \sigma_{\rho,i}(\vec{r}), \varphi(\vec{r}) \rangle_g \quad (1.34)$$

Notons que dans le restant du texte, nous laisserons tomber la notation avec le tilde pour signifier que les sections efficaces sont toutes auto-protégées.

Puisque l'on considère que la région étudiée ne contient qu'un seul isotope résonant, on peut écrire la distribution régulière en énergie sous la forme suivante :

$$\psi_i(E) = \frac{1}{\sum_{s,y}^+} R_y^+ \{ \phi_y(E) \} \quad (1.35)$$

On suppose que l'opérateur de ralentissement de l'isotope lourd n'a d'influence que sur une faible largeur en énergie :

$$R_y^* \{ \phi_y(E) \} = \psi_i(E) R_y^* \{ \phi_y(E) \} \quad (1.36)$$

De plus, on considère la distribution $\psi_i(E)$ comme plate sur le domaine. Ainsi, l'équation (1.32) peut s'écrire sous la forme suivante :

$$\phi_i(E) = \sum_{j=1}^I p_{iy}(E) \left[\Sigma_y^+(E) + R_y^* \{ \phi_j(E) \} \right] \quad (1.37)$$

Ensuite, toutes les régions résonantes sont fusionnées en une seule région noté r . On obtient la matrice de probabilité de collision suivante (voir section 1.3) :

$$p_{rr}(E) = \frac{1}{V_r} \sum_{i \in G_r} V_i \sum_{y \in G_r} p_{iy}(E) \quad (1.38)$$

La première approximation de Stamm'ler est de représenter l'équation (1.38) par un développement rationnel à N terme sous la forme suivante :

$$p_{rr}(E) = \sum_{n=1}^N \frac{\alpha_n(E)}{\Sigma_r^*(E) + \Sigma_{e,n}(E)} \quad (1.39)$$

Notons que $\Sigma_{e,n}$ et α_n sont des constantes sur un intervalle d'énergie qui ne seront pas expliquées dans ce texte.

La deuxième approximation de Stamm'ler est au fait l'approximation de Goldstein-Cohen (Goldstein et Cohen, 1962) qui consiste en une combinaison linéaire de deux autres modèles, soit le modèle de résonance fine et le modèle de résonance large. On trouve que l'opérateur de ralentissement a la forme suivante :

$$R_r^* \{ \varphi(E) \} = \lambda \Sigma_{p,r}^* + (1-\lambda) \Sigma_{s,r}^*(E) \varphi_r(E) \quad (1.40)$$

Avec $\lambda \in [0,1]$ et $\Sigma_{p,r}^*$ est la section efficace macroscopique potentielle de l'isotope résonnant. Finalement, avec la structure fine suivante :

$$\varphi(E) = \sum_{n=1}^N \alpha_n(E) \frac{\lambda \Sigma_{p,r} + \Sigma_{e,n}(E)}{\Sigma_r^*(E) - (1-\lambda) \Sigma_{s,r}^*(E) + \Sigma_{e,n}(E)} \quad (1.41)$$

on peut calculer l'intégrale de résonance efficace. De plus, selon le groupe d'énergie, l'équation (1.41) devient :

$$\varphi^g = \sum_{n=1}^N \alpha_n^g \frac{\lambda \Sigma_{p,r} + \Sigma_{e,n}^g}{\Sigma_r^{*,g} - (1-\lambda) \Sigma_{s,r}^{*,g} + \Sigma_{e,n}^g} \quad (1.42)$$

1.3 Résolution de l'équation de transport

La méthode la plus largement utilisée pour la résolution de l'équation de Boltzmann est la méthode des probabilités de collision (PC). Puisque nous voulons simuler l'évolution d'une cellule en périphérie du réacteur, et que les propriétés de celle-ci ne doivent pas

être contaminées par le réflecteur en soi, nous utilisons le modèle de fuite hétérogène, ce qui implique l'utilisation des probabilités de collision directionnelles.

1.3.1 Probabilités de collision

En discrétisant spatialement l'équation de transport multigroupe, on peut obtenir la méthode des probabilités de collision. Dans un premier temps, intégrons l'équation (1.30) sur l'angle solide :

$$\phi^g(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi} \int_{4\pi} d^2\Omega \int_0^\infty ds e^{-\tau_g(s)} Q^g(\vec{r} - s\vec{\Omega}) \quad (1.43)$$

En appliquant le changement de variable $\vec{r}' = \vec{r} - s\vec{\Omega}$ et $d^3r' = s^2 d^2\Omega ds$, l'équation (1.43) devient :

$$\phi^g(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi} \int_\infty d^3r' \frac{e^{-\tau_g(s)}}{s^2} Q^g(\vec{r}') \quad (1.44)$$

Cette forme de l'équation de transport est utilisée pour un réseau infini ou un assemblage périodique. Maintenant, chaque cellule est découpée en régions de volume V_i avec comme notation que V_i^∞ étant la somme de tout le volume du réseau infini. On suppose que les sources de neutrons secondaires sont uniformes et égales à Q_i^g dans chaque région V_i . De plus, en multipliant par $\Sigma^g(\vec{r})$ et en intégrant sur chaque région V_i l'équation (1.44), on obtient :

$$\int_{V_j} d^3r \Sigma^g(\vec{r}) \phi^g(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi} \int_{V_j} d^3r \Sigma^g(\vec{r}) \sum_i Q_i^g \int_{V_i^\infty} d^3r' \frac{e^{-\tau_g(s)}}{s^2} \quad (1.45)$$

où

$$Q_i^g = \sum_{h=1}^G \Sigma_{s0,j}^{g \leftarrow h} \phi_i^h + \frac{1}{k_{eff}} Q_i^{fiss,g} \quad (1.46)$$

et

$$V_j = \text{volume de la région } j \quad (1.47)$$

La source de fission est définie comme :

$$Q_i^{fiss,g} = \sum_{j=1}^{J^{fiss}} \chi_j^g \sum_h^G \Sigma_{f,j}^h \phi_j^h \quad (1.48)$$

où $\Sigma_{f,j}^h$ est la section efficace macroscopique de fission de l'isotope j pour un neutron du groupe d'énergie h . Pour simplifier l'équation, posons les variables suivantes :

$$\phi_j^g = \frac{1}{V_j} \int_{V_j} d^3r \phi^g(\vec{r}) \quad (1.49)$$

$$\Sigma_j^g = \frac{1}{V_j \phi_j^g} \int_{V_j} d^3r \Sigma^g(\vec{r}) \phi^g(\vec{r}) \quad (1.50)$$

$$P_{ij}^g = \frac{1}{4\pi V_i} \int_{V_i^\infty} d^3r' \int_{V_j} d^3r \Sigma^g(\vec{r}) \frac{e^{-\tau_k(s)}}{s^2} \quad (1.51)$$

Par définition, la probabilité de collision directionnelle est :

$$P_{ij,k}^g = \frac{1}{4\pi V_i} \int_{V_i^\infty} d^3r' \int_{V_j} d^3r \Sigma^g(\vec{r}) \frac{e^{-\tau_k(s)}}{s^2} 3\Omega_k^2 \quad (1.52)$$

La probabilité de collision directionnelle sera utilisée pour développer le coefficient de fuite directionnelle à la section 1.4.2.

On peut donc réécrire l'équation (1.49) sous une forme simplifiée :

$$\phi_j^g = \frac{1}{V_j \Sigma_j^g} \sum_i Q_i^g V_i P_{ij}^g \quad (1.53)$$

L'équation (1.51) représente la probabilité qu'un neutron créé dans la région V_i réalise sa première collision dans la région V_j . Lorsque l'on considère les sections efficaces comme constantes pour une région V_j , on peut utiliser les probabilités de collision réduites sous la forme suivante :

$$p_{ij}^g = \frac{P_{ij}^g}{\Sigma_j^g} = \frac{1}{4\pi V_i} \int_{V_i^\infty} d^3r' \int_{V_j} d^3r \frac{e^{-\tau_k(s)}}{s^2} \quad (1.54)$$

avec comme propriétés la réciprocité impliquant :

$$p_{ij}^g V_i = p_{ij}^g V_j \quad (1.55)$$

$$p_{ij,k}^g V_i = p_{ij,k}^g V_j \quad (1.56)$$

et la conservation:

$$\sum_j p_{ij}^g \Sigma_j^g = 1 \quad (1.57)$$

$$\sum_j p_{ij,k}^g \Sigma_j^g = 1 \quad (1.58)$$

De plus,

$$\sum_k \Omega_k^2 = 1 \quad (1.59)$$

On procède au calcul des PC en deux étapes (Dahmani et al., 2007a) :

1. Il faut définir suffisamment de lignes d'intégration afin de décrire la trajectoire des neutrons. De plus, il est nécessaire de définir un nombre d'angles d'intégration de direction $\bar{\Omega}_m$ auquel sera associé un poids ω_m de telle sorte que l'on a :

$$\int_0^{4\pi} d^2\Omega = \sum_m \omega_m \bar{\Omega}_m = 4\pi \quad (1.60)$$

On divise le plan normal $\Pi_{\bar{\Omega}_m}$ à la direction $\bar{\Omega}_m$ en une grille. L'intersection de la grille représente les points d'intégrations $\bar{p}_{m,n}$ dont chacun a un poids de $\Pi_{m,n}$.

2. On écrit l'équation (1.54) à l'aide de l'étape 1 sous la forme suivante:

$$p_{ij} = \frac{1}{V_i \Sigma_i \Sigma_j} \sum_m \omega_m \sum_n \Pi_{m,n} \sum_k \delta_{i,V_k} \sum_h \delta_{i,V_h} \left[1 - e^{-\Sigma_i L_k} \right] e^{-\tau_{k,h}} \left[1 - e^{-\Sigma_j L_h} \right] \quad (1.61)$$

où L_h est la distance parcourue par un neutron à l'intérieur de la région V_h dans la direction $\bar{\Omega}_m$ générée à la position $\bar{p}_{m,n}$.

1.4 Modèle de fuite B_n

Lors d'un calcul d'assemblage ou de cellule, il faut déterminer le flux, les taux de fuite et de réaction. Nous ne connaissons pas l'environnement de la cellule ou de l'assemblage dans le cœur du réacteur. Pour pallier à cela, nous posons l'approximation que le réacteur est en état stationnaire, i.e. que $k_{eff}=1$. Le coefficient de fuite est défini comme étant la grandeur par laquelle nous devons multiplier le laplacien afin que le taux de fuite assure que le réacteur soit à l'état critique. Le taux de fuite doit être ajouté aux taux d'absorption afin d'obtenir un assemblage critique. Généralement, on utilise un modèle de fuite B_n (Petrovic et Benoist, 1996) afin de simuler les fuites de neutrons.

Selon Petrovic et Benoist, on peut faire trois hypothèses pour calculer le coefficient de fuite :

- Pour B_0 homogène : On considère que la section efficace de diffusion est isotrope, donc que le développement en polynôme de Legendre de l'ordre 1 est nul. Ceci implique que le coefficient de fuite ne dépend pas de la région.
- Pour B_1 homogène : On considère que la section efficace de diffusion est anisotrope, donc que le développement en polynôme de Legendre de l'ordre 1 n'est pas nul. Le coefficient de fuite ne dépend pas de la région.
- Pour B_1 hétérogène : La section efficace de diffusion est anisotrope et le coefficient de fuite dépend de la région.

1.4.1 Modèle de fuite homogène

L'approximation du mode fondamental consiste à factoriser le flux comme une distribution macroscopique dans l'espace, notée $\psi(\vec{r})$, et d'un flux soit homogène, soit périodique noté $\phi(\vec{r}, E, \vec{\Omega})$ de telle sorte que :

$$\phi(\vec{r}) = \psi(\vec{r})\phi(\vec{r}, E, \vec{\Omega}) \quad (1.62)$$

Pour un réseau périodique de cellules ou un assemblage, la distribution macroscopique doit être une propriété du cœur complet dont elle est la solution de l'équation de diffusion suivante :

$$\nabla^2 \psi(\vec{r}) + B^2 \psi(\vec{r}) = 0 \quad (1.63)$$

où le laplacien B^2 est un nombre réel qui ajuste $\psi(\vec{r})$ de telle sorte que le réacteur soit critique. Sans connaître la géométrie du cœur, on utilise la solution générique suivante :

$$\psi(\vec{r}) = \psi_0 e^{i\vec{B} \cdot \vec{r}} \quad (1.64)$$

où le vecteur \vec{B} est choisi de telle sorte que $B^2 = \vec{B} \cdot \vec{B}$. En considérant une homogénéisation sur le volume, on a que le flux factorisé s'écrit :

$$\phi(\vec{r}, E, \vec{\Omega}) = \phi(E, \vec{\Omega}) e^{i\vec{B} \cdot \vec{r}} \quad (1.65)$$

En substituant le flux factorisé de l'équation (1.65) dans l'équation (1.13) de transport, on obtient :

$$\begin{aligned} \left[\Sigma(E) + i\vec{B} \cdot \vec{\Omega} \right] \phi(E, \vec{\Omega}) = & \int_{4\pi} d^2\Omega' \int_0^\infty dE' \Sigma_s(E \leftarrow E', \vec{\Omega} \leftarrow \vec{\Omega}') \phi(E', \vec{\Omega}') \\ & + \frac{\chi(E)}{4\pi k_{eff}} \int_0^\infty dE' \nu(E') \Sigma_f(E') \phi(E') \end{aligned} \quad (1.66)$$

On développe la section efficace de diffusion en polynôme de Legendre à une harmonique (loi de choc) de l'équation (1.66) :

$$\begin{aligned}
\left[\Sigma(E) + i\vec{B} \cdot \vec{\Omega} \right] \varphi(E, \vec{\Omega}) = \int_{4\pi} d^2\Omega' \int_0^\infty dE' \left\{ \begin{aligned} & \frac{1}{4\pi} \Sigma_{s0}(E \leftarrow E') \varphi(E', \Omega') \\ & + \frac{3}{4\pi} \Sigma_{s1}(E \leftarrow E') \vec{\Omega} \cdot \vec{\Omega}' \varphi(E', \Omega') \end{aligned} \right\} \\
+ \frac{\chi(E)}{4\pi k_{eff}} \int_0^\infty dE' v(E') \Sigma_f(E') \varphi(E')
\end{aligned} \quad (1.67)$$

Avec la définition du flux fondamental scalaire (côté droit seulement) et du courant scalaire, l'équation (1.67) devient :

$$\begin{aligned}
\left[\Sigma(E) + i\vec{B} \cdot \vec{\Omega} \right] \varphi(E, \vec{\Omega}) = \int_0^\infty dE' \left\{ \begin{aligned} & \frac{1}{4\pi} \Sigma_{s0}(E \leftarrow E') \varphi(E') \\ & + \frac{3}{4\pi} \Sigma_{s1}(E \leftarrow E') \vec{J}(E') \cdot \vec{\Omega} \end{aligned} \right\} \\
+ \frac{\chi(E)}{4\pi k_{eff}} \int_0^\infty dE' v(E') \Sigma_f(E') \varphi(E')
\end{aligned} \quad (1.68)$$

Le modèle B_0 homogène considère que la section efficace de diffusion est isotrope, ce qui implique que le développement en polynôme de Legendre de la section efficace de diffusion est nul à l'ordre 1. Dans le cas du modèle B_1 homogène, on considère que la section efficace de diffusion est linéairement anisotrope.

Pour obtenir le modèle B_1 homogène, on pondère et on intègre la dernière l'équation (1.68) selon $\vec{\Omega}$ et on obtient :

1. En intégrant selon $\vec{\Omega}$ et en utilisant les relations de parité, on obtient première équation du modèle B_1 :

$$\begin{aligned}
\left[\Sigma(E) + iB J(E) \right] \varphi(E) = \int_0^\infty dE' \Sigma_{s0}(E \leftarrow E') \varphi(E') \\
+ \frac{\chi(E)}{k_{eff}} \int_0^\infty dE' v(E') \Sigma_f(E') \varphi(E')
\end{aligned} \quad (1.69)$$

avec:

$$J(E) = \frac{1}{B} \left[\vec{B} \cdot \vec{J}(E) \right] \quad (1.70)$$

2. On multiplie l'équation (1.68) par le facteur de pondération suivant :

$$\omega(\vec{\Omega}) = \frac{1}{\Sigma(E) + i \vec{B} \bullet \vec{\Omega}} \quad (1.71)$$

et on intègre. En combinant ce résultat avec l'équation (1.69), on trouve la deuxième équation du modèle B_I (Hébert, 2006).

En combinant les deux équations du modèle B_I , on obtient l'équation suivante :

$$\begin{aligned} \left[\Sigma(E) + d(B, E) B^2 \right] \varphi(E) = & \int_0^\infty dE' \Sigma_{s0}(E \leftarrow E') \varphi(E') \\ & + \frac{\chi(E)}{k_{eff}} \int_0^\infty dE' \nu(E') \Sigma_f(E') \varphi(E') \end{aligned} \quad (1.72)$$

où:

$$d(B, E) = \frac{i \vec{B}}{B^2 \varphi(E)} \bullet \int_{4\pi} d^2 \Omega \vec{\Omega} \varphi(E, \vec{\Omega}) \quad (1.73)$$

En fait $d(E, B)$ est le coefficient de fuite B_I homogène.

1.4.2 Modèle de fuite hétérogène

Lorsque les fuites deviennent anisotropes dans un milieu fortement hétérogène, le formalisme du modèle homogène n'est plus valide (Wohleber, 1997). En raison de cela, pour un cœur hétérogène ou pour la périphérie du réacteur, le modèle hétérogène sera utilisé. Le formalisme du modèle B_I hétérogène stipule qu'il existe un mode fondamental qui peut-être factorisé sous la forme d'un produit d'un flux de structure fine par une fonction macroscopique:

$$\phi^g(\vec{r}, \vec{\Omega}) = \varphi^g(\vec{r}, \vec{\Omega}) e^{i \vec{B} \bullet \vec{r}} \quad (1.74)$$

On remarque que le flux de structure fine a une dépendance spatiale. Sous la forme intégral-différentielle, l'équation de transport devient (Hébert, 2006):

$$\vec{\Omega} \cdot \nabla \varphi^g(\vec{r}, \vec{\Omega}) + \Sigma^g(\vec{r}) \varphi^g(\vec{r}, \vec{\Omega}) = \frac{1}{4\pi} [Q^g(\vec{r}) - i B J^g(\vec{r})] \quad (1.75)$$

Il est possible de décomposer le flux microscopique en parties réelle et imaginaire (Deniz, 1986) de telle sorte que l'on a :

$$\varphi^g(\vec{r}, \vec{\Omega}) = \varphi_s^g(\vec{r}, \vec{\Omega}) - i \vec{B} \cdot \varphi_a^g(\vec{r}, \vec{\Omega}) = \varphi_s^g(\vec{r}, \vec{\Omega}) - i \sum_r \vec{B}_r \varphi_{ar}^g(\vec{r}, \vec{\Omega}) \quad (1.76)$$

La partie de droite de la dernière équation est la partie imaginaire. De plus, on introduit le vecteur en trois dimensions ($r = x, y, z$). Le formalisme du calcul TIBÈRE ne sera pas exposé dans ce texte, nous en résumerons que les étapes principales (Petrovic et Benoist, 1996).

On insère l'équation (1.76) dans l'équation de transport. Ensuite, on sépare la portion réelle de la portion imaginaire pour obtenir un système de deux équations. Nous utilisons l'approximation que le choc est linéairement anisotrope. En décomposant l'angle solide et le flux imaginaire selon la direction r , on obtient que l'une des deux équations peut s'écrire sous la forme suivante :

$$\vec{\Omega} \cdot \vec{\nabla} \varphi_s^g(\vec{r}, \vec{\Omega}) + \Sigma \varphi_s^g(\vec{r}, \vec{\Omega}) = \Sigma_{s0}^g(\vec{r}) \varphi_s^g(\vec{r}) + \Sigma_{s1}^g(\vec{r}) \sum_r \Omega_r J_{sr}^g(\vec{r}) - \sum_r \sum_{r'} B_r B_{r'} \phi_{ar}^g(\vec{r}, \vec{\Omega}) \quad (1.77)$$

où :

$$J_{sr}^g(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi} \int_{4\pi} \phi_s^g(\vec{r}, \vec{\Omega}) \Omega_r d^2\Omega \quad (1.78)$$

$$J_{arr}^g(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi} \int_{4\pi} \phi_{ar}^g(\vec{r}, \vec{\Omega}) \Omega_r d^2\Omega \quad (1.79)$$

et:

$$\varphi_s^g(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi} \int_{4\pi} \varphi_s^g(\vec{r}, \vec{\Omega}) d^2\Omega \quad (1.80)$$

$$\varphi_{ar}^g(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi} \int_{4\pi} \varphi_{ar}^g(\vec{r}, \vec{\Omega}) d^2\Omega \quad (1.81)$$

Après une série d'approximations (Wohleber, 1997), on trouve que le coefficient de fuite directionnel est :

$$d_r^g(\vec{r}) = \frac{1}{B} \frac{J^g(\vec{r})}{\varphi_s^g(\vec{r})} \quad (1.82)$$

Notons qu'il est possible d'obtenir le modèle de fuite B_I homogène à partir du modèle B_I hétérogène.

1.5 Calcul du coefficient de fuite dans un réseau

Si l'on considère l'équation de transport multigroupe sans fuite et qu'on soustrait des deux côtés de l'équation le taux de diffusion dans chacun des groupes d'énergie, on peut obtenir une équation à itération sous la forme suivante :

$$\vec{\Omega} \cdot \nabla \phi_g^{(k+1)}(\vec{r}, \vec{\Omega}) + \Sigma_g(\vec{r}) \phi_g^{(k+1)}(\vec{r}, \vec{\Omega}) - \frac{1}{4\pi} \Sigma_{s0, g \leftarrow g}(\vec{r}) \phi_g^{(k+1)}(\vec{r}, \vec{\Omega}) = Q_g^{*(k)}(\vec{r}, \vec{\Omega}) \quad (1.83)$$

Où k est le numéro de l'itération externe et $\frac{1}{4\pi} \Sigma_{s0, g \leftarrow g}(\vec{r})$ est la section efficace macroscopique de diffusion à l'intérieur du groupe g . Notons que le groupe d'énergie est en indice pour simplifier la notation pour cette section. La source réduite est définie comme :

$$Q_g^{*(k)}(\vec{r}, \vec{\Omega}) = Q_g^{(k)}(\vec{r}, \vec{\Omega}) - \frac{1}{4\pi} \Sigma_{s0, g \leftarrow g}(\vec{r}) \phi_g^{(k+1)}(\vec{r}, \vec{\Omega}) \quad (1.84)$$

La dernière équation utilise les sections efficaces auto-protégées. Il existe diverses techniques pour résoudre le flux. Dans notre projet, les deux techniques suivantes sont utilisées:

- Calcul de type K. On impose le laplacien B^2 pour introduire des fuites de neutrons. On obtient le coefficient de multiplication effectif avec les itérations en puissance.

- Calcul de type B. On impose le facteur de multiplication $k_{eff} = 1$ pour trouver un laplacien B critique.

Le taux de fuite apparaît dans le deuxième terme de droite de l'équation de la source réduite (Hébert, 2006) donnée par l'équation (1.84).

1.6 Équation de diffusion

À l'heure actuelle, un calcul de transport sur l'ensemble du cœur est trop coûteux en puissance de calcul. C'est pourquoi les calculs de cœur sont exécutés à partir de l'équation de diffusion qui est moins gourmande en puissance. Dans les prochaines sections nous présenterons les étapes pour passer de l'équation de transport à l'équation de diffusion des neutrons.

1.6.1 La loi de Fick

La loi de Fick est une relation entre le courant neutronique et le gradient du flux neutronique de telle sorte que l'on a :

$$\vec{J}_{i,g}(\vec{r}) = -D_{i,g}(\vec{r}) \nabla \phi_{i,g}(\vec{r}) \quad (1.85)$$

On définit le courant angulaire comme $\vec{J}_{i,g}(\vec{r}) = \vec{\Omega}_i \cdot \phi_{i,g}(\vec{r}) = \vec{J}_{i,g} e^{\vec{\Omega}_i \cdot \vec{r}}$ et le flux angulaire comme $\phi_{i,g}(\vec{r}) = \varphi_{i,g} e^{i\vec{\Omega}_i \cdot \vec{r}}$. En remplaçant le flux et le courant angulaire dans l'équation (1.85), on obtient :

$$D_{i,g} = \frac{1}{B} \frac{i J_{i,g}}{\varphi_{i,g}} \quad (1.86)$$

Pour résoudre l'équation de transport, on fait un développement en harmoniques sphériques du flux neutronique en conservant les $N+1$ premiers termes (Bell et Glasstone, 1970). Ce développement est appelé l'approximation P_N . Selon

l'approximation P_1 , on développe au deuxième terme le flux et la section efficace de diffusion :

$$\phi_g(\vec{r}, \vec{\Omega}) \approx \frac{1}{4\pi} \left(\phi_g(\vec{r}) + 3\vec{\Omega} \cdot \vec{J}_g(\vec{r}) \right) \quad (1.87)$$

et

$$\Sigma_{s,g}(\vec{r}, \vec{\Omega} \cdot \vec{\Omega}') = \frac{1}{4\pi} \left(\Sigma_{s0,g}(\vec{r}) + 3\vec{\Omega} \cdot \vec{\Omega}' \Sigma_{s1,g}(\vec{r}) \right) \quad (1.88)$$

On a retiré l'indice i de la région pour simplifier le texte. En remplaçant les deux derniers résultats dans l'équation (1.26) et en intégrant sur l'angle solide, on a que :

$$\Sigma_{g0}(\vec{r}) \phi(\vec{r}) + \vec{\nabla} \cdot \vec{J}_g(\vec{r}) = \sum_{h=0}^G \Sigma_{s0,g \leftarrow h}(\vec{r}) \phi_h(\vec{r}) + \frac{\chi_g(\vec{r})}{k_{eff}} \sum_{h=0}^G \nu \Sigma_{f,g}(\vec{r}) \phi_h(\vec{r}) \quad (1.89)$$

En remplaçant l'équation (1.86) dans l'équation (1.89) ;

$$\begin{aligned} -\vec{\nabla} \cdot D_g(\vec{r}) \vec{\nabla} \phi_g(\vec{r}) + \Sigma_{g0}(\vec{r}) \phi(\vec{r}) &= \sum_{h=0}^G \Sigma_{s0,g \leftarrow h}(\vec{r}) \phi_h(\vec{r}) \\ &+ \frac{\chi_g(\vec{r})}{k_{eff}} \sum_{h=0}^G \nu \Sigma_{f,g}(\vec{r}) \phi_h(\vec{r}) \end{aligned} \quad (1.90)$$

Finalement, la dernière équation se met sous la forme matricielle suivante:

$$\left(\left(\lambda [\chi] [\nu \Sigma_f]^T \right) - \left([\Sigma] \vec{\nabla} \cdot [D] \vec{\nabla} \right) \right) [\phi] = 0 \quad (1.91)$$

où $\lambda = \frac{1}{k_{eff}}$. La dernière équation est une équation aux valeurs propres comme

l'équation de transport.

1.6.2 Les conditions frontières

Le flux neutronique est une distribution continue sur \vec{r} et le courant de neutrons doit être continu au travers n'importe quel plan. Considérons un plan virtuel placé dont l'abscisse est en x_0 . La condition de continuité du flux en ce point est :

$$\phi_g(x_0^-, y, z) = \phi_g(x_0^+, y, z) \quad \forall y \text{ et } z \quad (1.92)$$

La condition de continuité du courant par rapport à la normale $\vec{N} = (1, 0, 0)$ est :

$$J_g(x_0^-, y, z) \cdot \vec{N} = J_g(x_0^+, y, z) \cdot \vec{N} \quad \forall y \text{ et } z \quad (1.93)$$

En utilisant la loi de Fick, on a que :

$$D_g(x_0^-, y, z) \frac{d}{dx} \phi_g(x, y, z) \Big|_{x=x_0^-} = D_g(x_0^+, y, z) \frac{d}{dx} \phi_g(x, y, z) \Big|_{x=x_0^+} \quad (1.94)$$

La dernière équation (1.94) montre que le gradient du flux est discontinu ou le coefficient de diffusion est discontinu.

1.6.3 Discrétisation de l'équation de diffusion des neutrons

La discrétisation est une technique qui sert à transformer l'équation différentielle en un système matriciel pouvant être résolu numériquement. Il existe une multitude de techniques de discrétisation de l'équation de diffusion. Dans ce projet, nous avons utilisé la méthode des différences finies centrées (Hébert, 2006).

Considérons un domaine M , discrétisons spatialement ce domaine en sous-régions m et considérons que le flux moyen sur cette sous-région est égal au flux local au centre de cette sous région. Pour simplifier la théorie, nous présenterons la discrétisation selon un axe seulement. Ainsi, on considère une sous-région entourant l'abscisse x_m , on a que :

$$\phi_m = \phi(x_m) = \frac{1}{\Delta x_m} \int_{x_{m-1/2}}^{x_{m+1/2}} dx \phi(x) \quad (1.95)$$

et

$$-D_m \int_{x_{m-1/2}}^{x_{m+1/2}} dx \frac{d^2 \phi}{dx^2} + \Sigma_{r,m} \int_{x_{m-1/2}}^{x_{m+1/2}} dx \phi(x) = \Delta x_m Q_{r,m} \quad (1.96)$$

On intègre la dernière équation, et on obtient:

$$-D_m [\phi'(x_{m+1/2}^-) - \phi'(x_{m+1/2}^+)] + \Sigma_{r,m} \Delta x_m = \Delta x_m Q_{r,m} \quad (1.97)$$

On développe ensuite le flux en série de Taylor au point x_m et x_{m-1} :

$$\phi(x_m) = \phi(x_{m-1/2}) + \frac{\Delta x_m}{2} \phi'(x_{m-1/2}^+) \quad (1.98)$$

$$\phi(x_m) = \phi(x_{m-1/2}) - \frac{\Delta x_{m-1}}{2} \phi'(x_{m-1/2}^-) \quad (1.99)$$

Puisque le courant neutronique doit être continu, on a que :

$$D_{m-1} \phi'(x_{m-1/2}^-) = D_m \phi'(x_{m-1/2}^+) \quad (1.100)$$

On peut maintenant trouver des expressions pour les dérivés du flux avec des combinaisons linéaires des flux en $x_{m-1/2}$, x_m , $x_{m+1/2}$. On peut ainsi écrire les équations sous la forme matricielle suivante :

$$A\Phi = Q \quad (1.101)$$

avec :

$$\Phi = \begin{pmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \\ \vdots \\ \phi_M \end{pmatrix} \quad (1.102)$$

Et A est la matrice des coefficients et Q est le vecteur source. Il existe plusieurs techniques pour résoudre une équation à valeur propre, ceux-ci ne seront pas présentés dans ce projet.

Chapitre 2

Modèles DRAGON et DONJON du ACR-1000

2.1 Le code DRAGON version 3.05

Le code DRAGON (Marleau et al., 2006) a été développé à l'Institut de génie nucléaire de l'École Polytechnique de Montréal. Ce code est utilisé pour résoudre l'équation de transport neutronique à l'aide de différents algorithmes. Dans ce projet, nous avons travaillé avec la version 3.05 de DRAGON. Voici les principaux modules utilisés dans le cadre de ces recherches :

- Les fichiers contenant les sections efficaces microscopiques sont créés avec le module LIB: qui permet, avec les concentrations isotopiques des matériaux du réacteur, de générer le fichier de sections efficaces macroscopiques.
- Le module GEO: sert à générer la géométrie. De plus, il donne la localisation spatiale des mélanges dans la géométrie.
- Les fichiers des lignes d'intégrations sont générés avec le module NXT: qui permet l'analyse de géométrie comprenant des crayons de combustible. Bien qu'il soit possible d'utiliser des géométries 1-D, 2-D et 3-D avec le code, nous n'utiliserons que des géométries en deux dimensions.
- L'autoprotection des résonances est fait avec le module SHI: qui utilise la méthode Stamm'ler généralisée (Hébert et Marleau, 1991).

- À partir des fichiers d'intégrations, le module ASM: calcule les probabilités de collision. L'option PIJK est activée pour spécifier que les matrices des probabilités de collision directionnelle doivent aussi être calculées.
- Le flux est résolu en utilisant les probabilités de collision avec le module FLU:. L'option B1 est utilisée pour spécifier que les coefficients de fuites sont calculés à l'aide du modèle B_1 . De plus, l'option HETE est activée pour que les coefficients de fuite et que les effets d'anisotropies soient calculés selon le modèle TIBÈRE (Petrovic et al., 1996).
- La densité isotopique et les sections efficaces macroscopiques sont mises à jour avec le module EVO:. La puissance est fixée alors que les intervalles de temps augmentent au fur et à mesure de l'évolution.
- Le module EDI: fait la condensation à deux groupes et l'homogénéisation des sections efficaces sur les domaines spatiaux désirés ou sur les mélanges.
- Le module CPO: est utilisé pour générer une base de données de sections efficaces microscopiques et macroscopiques ainsi que les coefficients de diffusion. Ces sections efficaces et ces coefficients de diffusion seront utilisés pour faire un calcul de diffusion sur le cœur du ACR-1000 avec le logiciel DONJON.

Dans les calculs DRAGON de ce projet, les trois géométries suivantes seront utilisées :

- La cellule unitaire
- L'assemblage multicellulaire à l'intérieur du cœur
- L'assemblage multicellulaire en périphérie du cœur

2.1.1 Géométrie DRAGON

2.1.1.1 Cellule unitaire

La cellule de base d'un réacteur ACR-1000 mesure 24 centimètres de côté. Le modérateur est de l'eau lourde. Le tube de calandre a un rayon intérieur de 7,75 cm et une épaisseur de 0,25 cm, il est fait de Zircaloy-4. Le tube de pression a un rayon intérieur de 5,17 cm et une épaisseur de 0,65 cm. La grappe de combustible est faite de 42 crayons contenant du combustible et un crayon contenant du poison. Dans nos travaux, nous avons utilisé du combustible dont l'enrichissement est de 2,0% en U-235.

Le premier calcul de transport est fait sur une cellule. Les conditions frontières sont la réflexion blanche selon l'axe des x et la périodicité blanche selon l'axe des y . Ainsi, cette cellule se reproduit à l'infini.

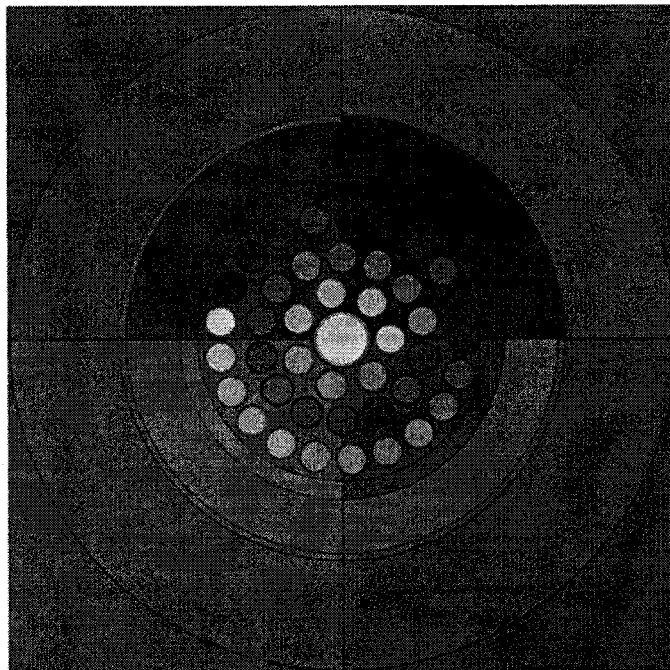


Figure 2.1 Géométrie DRAGON de la cellule unitaire de référence pour le calcul d'autoprotection

Pour le calcul d'autoprotection, on choisit trois mélanges différents, soit un par anneaux sauf pour l'anneau central. En effet, il est impossible de faire l'autoprotection du crayon central car la librairie utilisée, E6MLIB à 89 groupes d'énergies (Donnelly, 1986), ne contient pas de table d'intégration des résonances pour le poison (Letellier et al., 2007). Bref, le calcul de transport est fait sur un intervalle de 600 jours avec une puissance fixe de 42,88 KW/kg(U). Dans le cas du calcul de transport avec évolution², chaque crayon est représenté par un mélange indépendant. La cellule unitaire de référence sera notée CelUn dans le reste du texte.

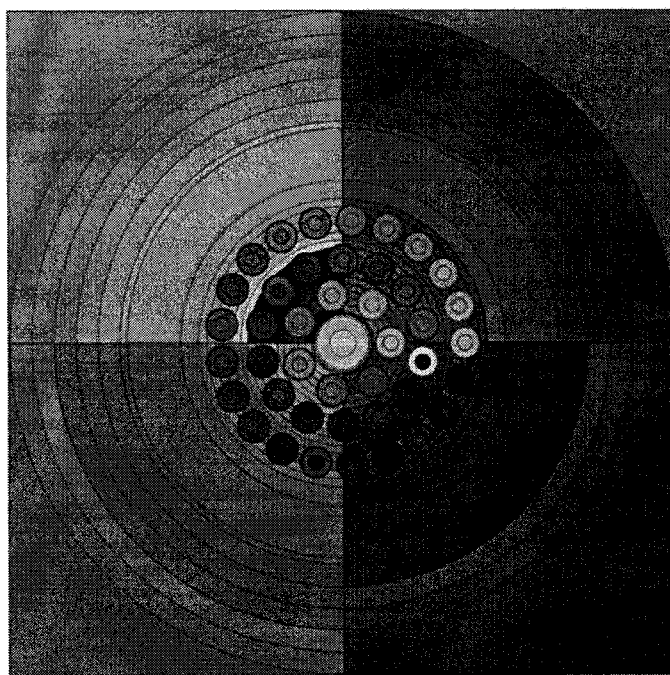


Figure 2.2 Géométrie DRAGON de la cellule unitaire (CelUn) de référence pour le calcul de transport

En comparant la Figure 2.1 et la Figure 2.2, on remarque une discrétisation plus fine pour le calcul de transport que pour le calcul d'autoprotection.

² On utilise le terme évolution pour dire que le combustible est irradié dans le temps.

De plus, une série de calculs de transport est effectuée sur 5 autres cellules unitaires (cellule isolée). Ces cellules ont la même discrétisation que la cellule unitaire de référence et elles serviront éventuellement à former un assemblage hétérogène afin de faire un calcul de transport sur celui-ci. Ces cellules contiennent du combustible qui est indépendant par anneau (Figure 2.3). Il est évolué durant le même intervalle de temps et avec la même puissance que la cellule unitaire de référence.

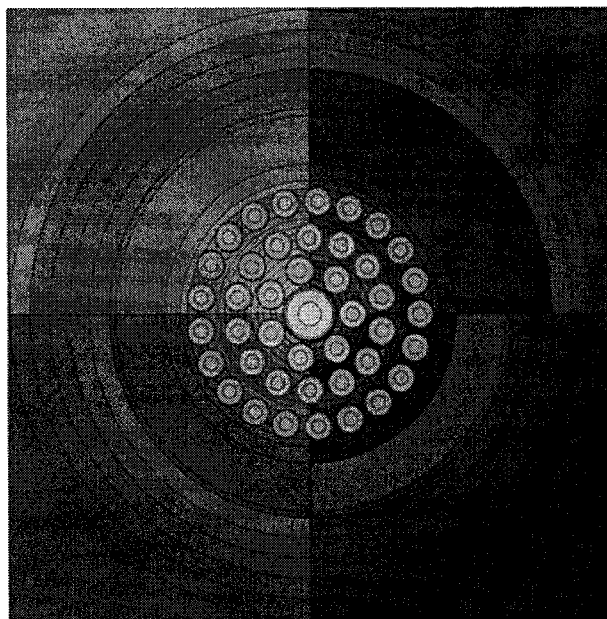


Figure 2.3 Géométrie DRAGON des cellules unitaires pour le calcul de transport

2.1.1.2 Assemblage multicellulaire à l'intérieur du cœur

Afin de simuler le centre du réacteur, un assemblage de cellules de deux lignes par trois colonnes est considéré. Notons que la cellule du centre bas (qui sera notre cellule de référence) contient du combustible dont tous les crayons ont des mélanges indépendants alors que les autres cellules formant l'assemblage contiennent du combustible indépendant par anneau. La discrétisation est la même que pour la cellule unitaire de référence (CelUn). La Figure 2.4 présente l'emplacement des cellules dans l'assemblage

à l'intérieur du cœur du réacteur. La cellule de référence est à l'emplacement C-5 sur la Figure 2.4.

C-1	C-2	C-3
C-4	C-5	C-6

Figure 2.4 Emplacement des cellules dans l'assemblage à l'intérieur du cœur

La Figure 2.5 présente la géométrie de l'assemblage au centre du réacteur pour le calcul de transport.

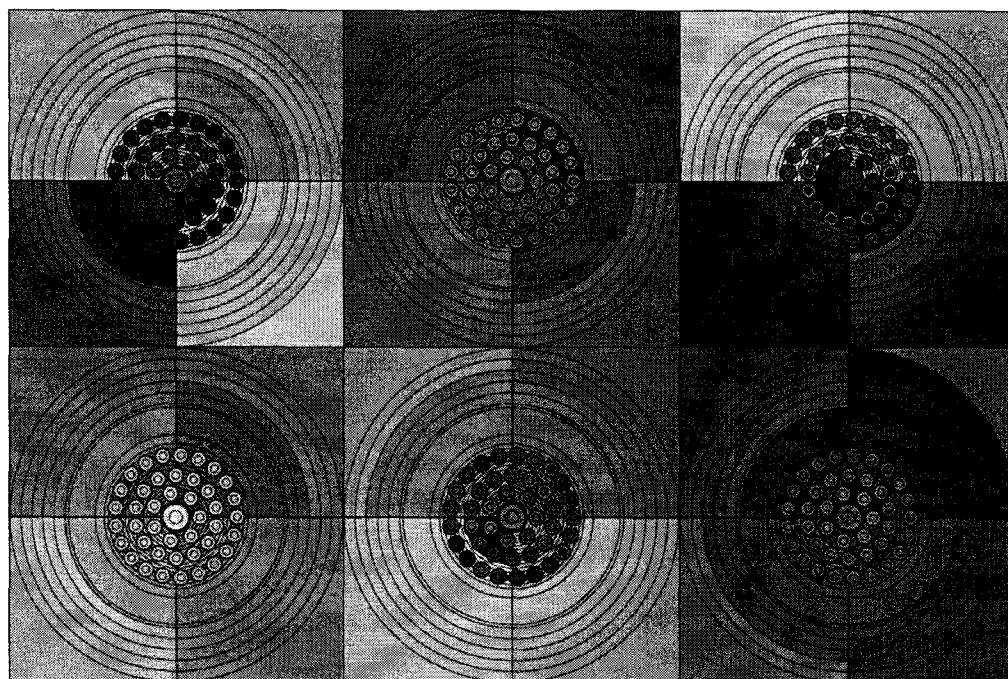


Figure 2.5 Géométrie DRAGON de l'assemblage multicellulaire à l'intérieur du réacteur pour le calcul de transport

Pour les assemblages suivant, les cellules de référence de nos différentes simulations seront celles de l'emplacement C-5 (Figure 2.5).

2.1.1.3 Assemblage de cellule unitaire

Les propriétés des cellules formant l'assemblage sont obtenues à partir des fichiers *EDIT* des cellules unitaires après trois cents jours d'irradiation. Les fichiers *EDIT* sont formés avec le module *EDI*. Les propriétés de la cellule C-5 sont tirées du calcul CelUn (voir Figure 2.2) alors que les autres cellules ont des propriétés construites à partir des propriétés obtenues pour les autres calculs de transport fait sur des cellules isolées dont le combustible est indépendant par anneau. Notons que les propriétés des cellules proviennent de cellules ayant été irradiées durant 300 jours. Un calcul de transport instantané est fait sur cet assemblage et les propriétés sont homogénéisées sur la cellule de référence. Afin d'abréger le texte, cette cellule de référence sera notée CelUnCen. En fait, ce calcul de transport permet d'observer l'effet de condition frontière sur la cellule C-5 (Figure 2.6).

C-1 T=300 jours	C-2 T=300 jours	C-3 T=300 jours
C-4 T=300 jours	C-5 (CelUnCen) T=300 jours	C-6 T=300 jours

Figure 2.6 Assemblage de cellule unitaire

2.1.1.4 Assemblage de référence

Tout comme pour la précédente section, on a un assemblage centre³. Les cellules composant cet assemblage ont toutes évolué dans l'assemblage durant 600 jours. Au

³ L'expression assemblage centre sera utilisée pour signifier qu'on parle d'un assemblage multicellulaire à l'intérieur du cœur.

début, le combustible de chaque cellule est nouveau. Les propriétés sont homogénéisées sur chacune des cellules. On obtient donc une série de propriétés propre à chacune des cellules. Il est ainsi possible de voir l'impact des conditions frontières dans le temps sur les propriétés de la cellule de référence alors qu'à la section 2.1.1.3, l'effet des conditions frontières de la cellule de référence sont instantanées. Afin d'abrégé le texte, la cellule de référence sera notée CelCenRef (voir Figure 2.7).

C-1 $T_i=0$ jours $T_f=600$	C-2 $T_i=0$ jours $T_f=600$	C-3 $T_i=0$ jours $T_f=600$
C-4 $T_i=0$ jours $T_f=600$	C-5 $T_i=0$ jours $T_f=600$ (CelCenRef)	C-6 $T_i=0$ jours $T_f=600$

Figure 2.7 Assemblage centre de référence

2.1.1.5 Assemblage de cellule tirée de l'assemblage de référence

Maintenant que les effets de conditions frontières ont été ciblés, regardons plus particulièrement l'effet d'un calcul transport lorsque la cellule de référence évolue dans un environnement hétérogène. La géométrie pour le calcul transport ainsi que la discrétisation sont les mêmes que pour les deux dernières sections. On garde ainsi une cohérence entre nos différentes simulations. Contrairement à la section 2.1.1.4, le combustible n'a pas le même âge (voir Figure 2.8). En effet, le combustible des cellules C-1, C-3 et C-5 est âgé de 300 jours alors que le combustible des cellules C-2, C-4 et C-6, est âgé de 600 jours. Notons que les propriétés des cellules sont tirées de la simulation de l'assemblage de référence fait à la section 2.1.1.4.

C-1 T=300 jours	C-2 T=600 jours	C-2 T=300 jours
C-4 T=600 jours	C-5 T=300 jours (CelCenIns)	C-5 T=600 jours

Figure 2.8 Combinaison de cellule provenant de l'assemblage centre de référence

Ainsi, à l'aide des propriétés obtenues suite à la simulation de l'assemblage centre de référence, la bibliothèque est mise à jour à l'aide du fichier de burnup. Les propriétés de la cellule de référence sont homogénéisées et condensées à deux groupes d'énergie. Afin d'abréger le texte, cette cellule de référence sera notée CelCenIns. On peut maintenant voir l'effet instantané d'un environnement hétérogène sur la cellule de référence pour un calcul de transport dans DRAGON.

2.1.1.6 Assemblage de cellule tirée de l'assemblage de référence évolué

Le cas précédent permet de montrer l'effet de l'environnement sur un calcul de transport instantané. En effet, la cellule de référence était entourée de combustible ayant un âge différent sans avoir évolué dans un environnement hétérogène.

Maintenant, l'effet de l'environnement pourra être observé en fonction du temps. Initialement, le combustible de la cellule C-2, C-4 et C-6 sera âgé de trois cent jours alors que le combustible des cellules C-1, C-3 et C-5 n'aura pas encore été irradié (voir Figure 2.9).

C-1 T _i =0 jours T _f =300 jours	C-2 T _i =300 jours T _f =600 jours	C-3 T _i =0 jours T _f =300 jours
C-4 T _i =300 jours T _f =600 jours	C-5 T _i =0 jours T _f =300 (CelCenEvo)	C-6 T _i =300 jours T _f =600 jours

Figure 2.9 L'Assemblage centre à environnement hétérogène évolué

La bibliothèque est mise à jour à l'aide du fichier de burnup obtenu pour le calcul de transport neutronique sur l'assemblage centre de référence. Ceci fait en sorte que l'effet aux conditions frontières est pris en compte même pour les cellules dont le combustible n'a pas encore été irradié.

L'assemblage est évolué durant 300 jours. Une fois l'évolution terminée, l'âge du combustible est de 300 jours pour les cellules C-1, C-2 et C-5 et de 600 jours pour le combustible des cellules C-2, C-4 et C-6. On obtient ainsi une cellule de référence évoluant dans un milieu hétérogène. Par la suite, les propriétés sont homogénéisées sur cette cellule de référence à deux groupes d'énergie. Afin d'abrégier le texte, la cellule de référence sera notée CelCenEvo. Aussi, lorsque la cellule est notée CelCenEvoPL, cela signifie que la puissance est imposée localement sur la cellule.

2.1.1.7 Assemblage multicellulaire de la périphérie du cœur

Les propriétés d'une cellule au bord du réacteur ne sont pas les mêmes que les propriétés d'une cellule au centre du réacteur. Pour reproduire cet effet, il faut, dans un premier temps, modifier la géométrie de l'assemblage centre du réacteur. En effet, à gauche de l'assemblage centre, un jeu de 4 cellules, soit 2 par 2, est ajouté (Figure

2.10). Les quatre cellules de réflecteur ajoutées contiennent de l'eau lourde. Les mélanges de ces quatre cellules sont indépendants. De plus, à gauche du réflecteur, deux cellules de cadmium, de largeur inférieure aux autres cellules, sont ajoutées afin de simuler une condition vide. Le cadmium est ajouté car celui-ci est un excellent absorbant de neutrons et pour un calcul de type B, il est impossible d'utiliser la condition frontière de flux entrant nul (Petrovic et al., 1996).

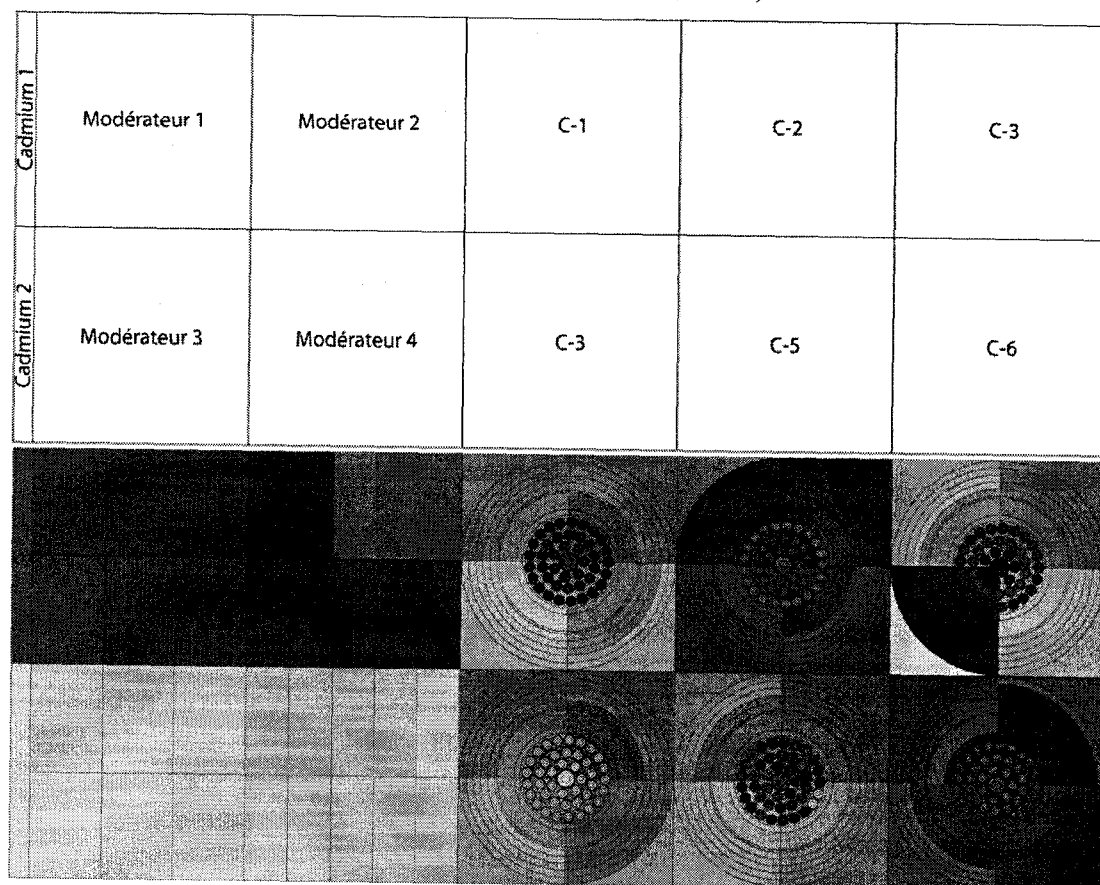


Figure 2.10 Géométrie de l'assemblage au bord du réacteur du calcul transport

Sur la Figure 2.10, en partant de la gauche, la première cellule de réflecteur a une discrétisation horizontale de 3 et de 2 verticalement. Pour les cellules du Modérateur 2 et 4, la discrétisation est de 5 horizontalement et de 2 verticalement. La dimension de la cellule de réflecteur est de 24 cm par 24 cm.

Pour les cellules de combustible, la discrétisation est la même que pour l'assemblage multicellulaire à l'intérieur du coeur. De plus, pour l'autoprotection et le calcul de transport, les numéros de mélanges de combustible sont cohérents avec les autres simulations. C'est-à-dire qu'on peut facilement extraire les propriétés d'une cellule de l'assemblage au bord du réacteur pour insérer ses propriétés dans un assemblage au centre du réacteur et faire un calcul de transport. L'assemblage est évolué durant 600 jours. Une homogénéisation à deux groupes d'énergie est faite sur la cellule de référence, qui est toujours la cellule C-5. Cette cellule est notée CelBord.

Pour simuler le bord du réacteur, soit la condition de flux entrant nul, nous devons utiliser le modèle de fuite hétérogène afin que le coefficient de fuite de la cellule de référence ne soit pas contaminé par le réflecteur. Le modèle de fuite B_7 hétérogène nécessite les conditions frontières de réflexion et transmission blanche (Marleau et al., 2006).

2.1.2 Simulation de la condition de flux entrant nul

Afin de d'obtenir l'effet de l'environnement de la périphérie du réacteur sur les propriétés nucléaires des cellules, il faut simuler la condition de flux entrant nul (en x^-), c'est-à-dire qu'aucun neutron passe de l'extérieur du réacteur vers l'intérieur (en x^-). Nous avons déjà expliqué que cette condition était simulée avec l'ajout de cadmium. Dans cette section, nous verrons les étapes utilisées pour s'assurer que l'épaisseur de cadmium choisie reflète la condition de flux entrant nul.

Dans un premier temps, un calcul de transport à Laplacien fixe (type K) est fait sur l'assemblage multicellulaire du bord du réacteur sans le cadmium. La condition frontière selon x^- est le vide. Les autres conditions frontières restent les mêmes que pour l'assemblage au centre du réacteur, soit la réflexion blanche en x^+ et la transmission

blanche selon l'axe des y . Suite au calcul de transport fait sur cet assemblage, on obtient une valeur de k_{∞} et une valeur k_{eff} . C'est cette valeur de k_{eff} qui sera comparée avec les valeurs de k_{∞} obtenues après les calculs de transport de type B_1 hétérogène sur l'assemblage dont l'épaisseur de Cadmium⁴ variera. En effet, l'ajout de cadmium aura pour effet de créer un effet de vide virtuel dû à l'absorption de neutrons par ce dernier. Le Tableau 2.1 suivant présente l'évolution du coefficient k en fonction de l'épaisseur de cadmium. Rappelons que dans le cas de la condition frontière de vide (en $x-$), k_{eff} qui est considéré alors que pour la réflexion, c'est le k_{∞} qui est analysé.

Tableau 2.1 Épaisseur du cadmium

Condition frontière à gauche	Épaisseur cadmium (cm)	$k_{initial}$	$\Delta k_{initial}$	k_{final}	Δk_{final}
Vide		1,09249		0,75539	
Réflexion	2	1,09268	0,00019	0,75535	-0,00004
Réflexion	2,2	1,09268	0,00019	0,75537	-0,00003
Réflexion	2,5	1,09263	0,00014	0,75536	-0,00003
Réflexion	3	1,09251	0,00002	0,75534	-0,00005

Notons que le $k_{initial}$ est obtenu suite au calcul de transport fait à 0 jour alors que k_{final} est obtenu pour le calcul de transport fait à 600 jours. On choisit l'épaisseur de cadmium de 2,2 cm car la variation est inférieure à celle observée pour l'épaisseur de 2cm. L'épaisseur de 2,5 cm augmente le temps de calcul sans toutefois que l'obtienne de gain significatif sur la variation du coefficient k . Notons toutefois que le cadmium est plus efficace pour absorber les neutrons thermiques que les neutrons rapides (D'Mellow et al., 2007). Ceci risque d'avoir un impact sur les propriétés nucléaires des neutrons rapides pour le calcul de transport neutronique à la frontière du réacteur.

⁴ La densité du cadmium est de 100 g/cm³

2.1.3 Analyse de convergence

Une fois l'épaisseur de cadmium obtenue pour simuler le vide, une analyse de convergence de la densité et du nombre d'angle d'intégration est nécessaire. Cette première analyse est grossière. En effet, une fois la convergence trouvée, la discrétisation sera appliquée sur les différentes régions de la cellule. Lorsque la bonne discrétisation est obtenue, une nouvelle analyse de convergence sera effectuée. L'analyse est faite sur l'assemblage multicellulaire de la périphérie du cœur. Une fois la convergence atteinte, on gardera le même nombre d'angle et la même densité de ligne d'intégration pour tous les calculs de transport. Notons que les erreurs sur les surfaces ne sont pas présentées puisque celles-ci sont toujours inférieures aux erreurs sur les volumes.

Le Tableau 2.2 présente les erreurs sur les volumes en fonction du nombre d'angle et de la densité des lignes d'intégration (nombre de lignes par cm).

Tableau 2.2 Analyse de convergence

Nb angles	Densité	Global RMS	Erreur maximale	Erreur moyenne
7	39	0,14468	0,78193	0,02169
9	39	0,11705	0,67016	-0,00172
11	39	0,11410	0,67886	0,00078
9	31	0,23865	1,1979	0,00101
9	45	0,09488	0,48471	-0,00332

Considérant qu'il n'y a aucune discrétisation sur le modérateur, le caloporteur et le combustible, le nombre d'angles d'intégration de 9 et la densité de ligne de 39 semble suffisant. Il aurait été possible d'utiliser la même densité de ligne d'intégration et la

densité d'angles de 7, mais nous estimons qu'avec la discrétisation sur le modérateur, le combustible et le caloporteur, les erreurs sur les volumes augmenteront.

2.1.4 Impact de la discrétisation sur les propriétés

2.1.4.1 Discrétisation sur le combustible

Aucune discrétisation n'est appliquée sur le caloporteur ainsi que le modérateur, seul le combustible sera discrétisé. Le Tableau 2.3 présente les propriétés principales de l'assemblage en fonction de la discrétisation sur le combustible.

Tableau 2.3 Discrétisation du combustible

			Section efficace totale		Coefficient de fuite		
Discrétisation			Groupe		Groupe		
Combustible	Caloporteur	Modérateur	1	2	1	2	k_{∞}
1	1	1	0,320970	0,460110	1,539260	0,968858	0,750823
2	1	1	0,320970	0,460130	1,539200	0,968860	0,750918
3	1	1	0,320970	0,460130	1,539250	0,968872	0,751033
5	1	1	0,320970	0,460140	1,539250	0,968874	0,751158
7	1	1	0,320970	0,460140	1,539180	0,968867	0,751216
9	1	1	0,320970	0,460150	1,539180	0,968841	0,751217

On remarque que la discrétisation n'a pas d'influence la section efficace totale du groupe rapide (groupe 1). Les variations dans la section efficace totale du groupe thermique (groupe 2) ainsi que les variations des coefficients de fuite sont de l'ordre de 10^{-5} . Le facteur de multiplication infini montre une tendance à l'augmentation au fur à mesure que la discrétisation du combustible augmente. Cette variation est presque nulle lorsque l'on fait passer la discrétisation de 7 à 9.

2.1.4.2 Discrétisation sur le caloporteur

Maintenant, seul le caloporteur est discrétisé. Le Tableau 2.4 présente l'influence de la discrétisation du caloporteur sur la section efficace totale, le coefficient de fuite homogène ainsi que sur le facteur de multiplication infini.

Tableau 2.4 Discrétisation du caloporteur

			Section efficace totale		Coefficient de fuite		
Discrétisation			Groupe		Groupe		
Combustible	Caloporteur	Modérateur	1	2	1	2	k_{∞}
1	3	1	0,320960	0,457640	1,539680	0,973511	0,750057
1	5	1	0,320960	0,457310	1,539690	0,974033	0,749529
1	7	1	0,320950	0,457160	1,539690	0,974267	0,749158

La section efficace totale du premier groupe change pour une discrétisation de 7. La section efficace totale du deuxième groupe tend à diminuer lorsque l'on augmente la discrétisation sur le caloporteur. De plus, cette variation semble être linéaire. Dans le cas du coefficient de fuite rapide, il tend vers une constante alors qu'il augmente en fonction de la discrétisation pour le groupe thermique. Quant au facteur de multiplication infini, on ne remarque pas de tendance systématique. En effet, lorsque l'on fait passer la discrétisation de 3 à 5, le facteur augmente. Par contre, lorsque l'on fait passer la discrétisation de 5 à 7, le coefficient diminue.

2.1.4.3 Discrétisation sur le modérateur

Maintenant, le modérateur est discrétisé alors que le combustible et le caloporteur ne le sont pas. Le Tableau 2.5 présente l'influence de la discrétisation du modérateur sur la section efficace totale, le coefficient de fuite homogène ainsi que sur le facteur de multiplication infini.

On remarque que la section efficace totale du premier groupe diminue selon la discrétisation jusqu'à la discrétisation de 9. La section efficace totale du deuxième groupe augmente en fonction de la discrétisation. Le coefficient de fuite rapide augmente lorsque la discrétisation augmente alors que parallèlement, le coefficient de fuite thermique diminue. Le facteur de multiplication infini diminue en fonction de l'augmentation de la discrétisation.

Tableau 2.5 Discrétisation du modérateur

			Section efficace totale		Coefficient de fuite		
Discrétisation			Groupe		Groupe		
Combustible	Caloporteur	Modérateur	1	2	1	2	k_{∞}
1	1	3	0,320710	0,460800	1,542990	0,965187	0,750340
1	1	5	0,320670	0,460940	1,543550	0,964535	0,750260
1	1	7	0,320660	0,460990	1,543710	0,964328	0,750229
1	1	9	0,320650	0,461010	1,543790	0,964247	0,750225
1	1	11	0,320650	0,461020	1,543890	0,964200	0,750217

2.1.4.4 Discrétisation combinée

En se référant au Tableau 2.6, on observe que lorsque l'on augmente la discrétisation du modérateur et du caloporteur, le k_{∞} a tendance à diminuer, ce qui est conforme aux discrétisations découplées.

Quand on augmente la discrétisation du combustible, et en gardant fixe la discrétisation du modérateur et du caloporteur, on obtient une augmentation du coefficient k_{∞} . En gardant la même discrétisation sur le combustible, mais en augmentant la discrétisation sur le modérateur et le caloporteur, on obtient une diminution du k_{∞} .

Ainsi, la discrétisation utilisée sera de 2 sur le combustible, 5 sur le caloporteur et le modérateur.

Tableau 2.6 Discrétisation combinée

			Section efficace totale		Coefficient de fuite		
Discrétisation			Groupe		Groupe		
Combustible	Caloporteur	Modérateur	1	2	1	2	k_{∞}
1	5	5	0,32065	0,45815	1,54408	0,97008	0,749175
1	7	7	0,32064	0,45804	1,54425	0,970181	0,748859
1	5	9	0,32063	0,45822	1,54433	0,969817	0,749162
1	9	5	0,32065	0,45789	1,54409	0,970554	0,748632
2	5	5	0,32065	0,45817	1,54402	0,970051	0,749213
2	6	6	0,32064	0,4581	1,54419	0,970128	0,749098
3	5	5	0,32065	0,45817	1,54402	0,970052	0,749302
3	7	7	0,32064	0,45806	1,54424	0,970194	0,749043

2.2 Le code DONJON

Nous avons fait plusieurs calculs de transport dans le but d'obtenir des propriétés de cellules de référence dans différents environnements. Ainsi, il est possible d'observer l'effet de l'environnement hétérogène ou du réflecteur sur une cellule de référence. Au-delà du calcul transport sur une cellule ou sur un assemblage, il est pertinent d'observer l'impact de l'environnement des cellules sur des calculs de cœur. Les exécutable de DONJON ont été développés par Richard Chambon. Pour résoudre l'équation de diffusion à l'aide de DONJON, les modules suivants seront entre autre utilisés (Varin et al., 2005) :

- Le module TRIVAT : est utilisé pour une intégration de type TRIVAC.
- Le module CRE : est utilisé pour crée la MACROLIB contenant les propriétés nucléaires.

- Le système matriciel des éléments de différences finis est calculé avec le module TRIVAA : .
- La solution de l'équation à valeur propre est obtenue avec le module FLUD : .
- Le flux moyen et la forme du flux axiale sont déterminés avec le module FLXAXC : .

2.2.1 Le réacteur ACR-1000

Les modèles DONJON du cœur ACR-1000 sont basés sur les informations fournies par ÉACL (Dahmani et al., 2007b). Le cœur du réacteur contient 520 canaux. Le combustible utilisé dans tous les plans est enrichi à 2%. Le réacteur est représenté par un domaine cartésien en trois dimensions consistant en un réseau de 32x32 cellules dans chaque plan x - y , 12 de ces plans s'empilant selon la direction z . Le plan x - y possède une dimension de 7,44 x 7,44 m. La profondeur du réacteur selon z est de 5,9436 m. Chaque plan z correspond à une extrémité de la grappe de combustible qui mesure 49,53 cm. De plus, la condition frontière VOID est appliquée pour tous les axes. Ceci permet de simuler les effets de la cuve dans laquelle le cœur du réacteur est inséré. L'emplacement des barres de contrôle est présenté sur la Figure 2.11.

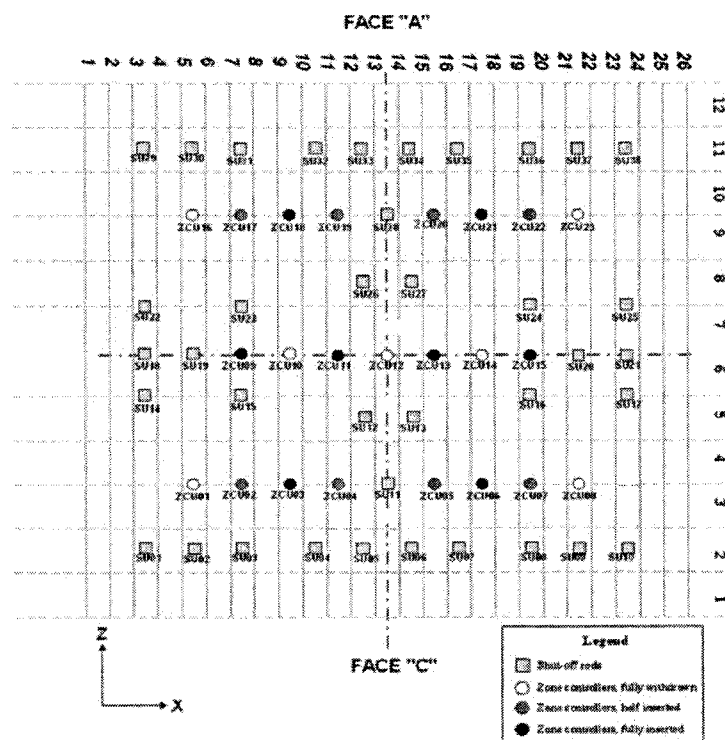


Figure 2.11 Barres de contrôle du ACR-1000

Les barres sont à leur position nominale dans nos calculs DONJON. Le positionnement des barres de contrôle est :

- Entièrement retirées pour: ZCU01, ZCU08, ZCU10, ZCU12, ZCU14, ZCU16 et ZCU23.
- Complètement insérées pour: ZCU03, ZCU06, ZCU09, ZCU11, ZCU13, ZCU15, ZCU18 and ZCU21.
- Partiellement insérées pour: ZCU02, ZCU04, ZCU05, ZCU07, ZCU17, ZCU19, ZCU20 et ZCU22.

2.2.2 Géométrie DONJON

La Figure 2.12 présente la géométrie utilisée pour simuler les effets à la périphérie du réacteur.

```

6666666666666666 6666666666666666
6666666666666666 6666666666666666
6666666666666555 5555666666666666
6666666666555544 4445555666666666
6666666665544433 3344445566666666
6666666655443332 2333344556666666
6666655544332222 2222334455566666
6666654443322111 1112233444566666
6666554333221111 1111223334556666
6665544322211111 1111122234455666
6665443321111111 1111111233445666
6665433211111111 1111111223345666
6655432211111111 1111111122345666
6654432111111111 1111111112344566
6654332111111111 1111111112334566
6654322111111111 1111111112234566

6654322111111111 1111111112234566
6654332111111111 1111111112334566
6654432111111111 1111111112344566
6655432211111111 1111111112234566
6665433221111111 111111111223345666
6665443321111111 111111111233445666
6665544322211111 1111122234455666
6666554333221111 1111223334556666
6666654443322111 1112233444566666
6666655544332222 2222334455566666
666666655443332 2333344556666666
666666665544433 3344445566666666
666666666555544 4445555666666666
666666666666555 5555666666666666
666666666666666 6666666666666666
666666666666666 6666666666666666

```

Figure 2.12 Définition des mélanges du cœur complet périphérique

Les numéros des mélanges représentent :

Les numéros des mélanges représentent :

- 8 = réflecteur extérieur
- 7 = réflecteur intérieur
- 6 = combustible de 600 jours du bas-droite de l'assemblage centre
- 5 = combustible de 300 jours du bas-centre de l'assemblage centre
- 4 = combustible de 600 jours du bas-gauche de l'assemblage centre
- 3 = combustible de 300 jours du haut-droit de l'assemblage centre
- 2 = combustible de 600 jours du haut-centre de l'assemblage centre
- 1 = combustible de 300 jours du haut-gauche de l'assemblage centre

La correspondance entre les mélanges DRAGON et DONJON sera traitée au chapitre 3. Ainsi, les propriétés obtenues suite aux multiples calculs de transport seront insérées dans DONJON afin de tester des situations extrêmes. Il sera alors possible d'évaluer l'effet d'un environnement fortement hétérogène dans un cœur de réacteur. On analysera aussi l'impact sur le calcul de diffusion d'utiliser des propriétés provenant de cellules ayant évoluées à proximité du réflecteur.

Chapitre 3

Résultats des calculs DONJON et DRAGON

3.1 Effet de l'environnement

Dans ce chapitre nous allons étudier deux effets différents sur le cœur. Dans un premier temps, nous observerons l'impact d'une cellule ayant évolué en périphérie réflecteur, lors du calcul de transport, sur le calcul de diffusion sur un cœur complet. Dans un deuxième temps, nous analyserons l'impact d'une cellule évoluée dans un environnement hétérogène sur un calcul de diffusion. Les calculs DONJON sont faits à l'aide des propriétés extraites des précédentes simulations DRAGON.

3.2 Résultats numérique des calculs DRAGON

3.2.1 Comparaison des propriétés des cellules unitaires

Suite aux calculs de transport neutronique, il est possible de comparer les propriétés obtenues de la cellule unitaire de référence avec celles des autres cellules de références. Ainsi, la comparaison des propriétés des diverses cellules permet d'observer les effets dus aux conditions frontière et à l'environnement dans lequel la cellule de référence évolue.

Les Tableaux 3.1 à 3.4 présentent les sections efficaces, les coefficients de diffusion et les k_{∞} obtenues suite à un calcul de transport pour les différentes simulations présentées au chapitre 2. Les propriétés des cellules de références sont comparées pour $t=300$ jours. Le Tableau 3.1 présente la section efficace totale homogénéisée sur la cellule de référence et condensée à deux groupes d'énergies.

La variation, notée Δ , est la différence entre la valeur de la section efficace de la cellule de référence des différentes simulations dans un groupe et la valeur de la section efficace de la cellule de référence unitaire dans ce même groupe.

Tableau 3.1 Section efficace totale et variation des cellules de référence

t=300 jours	$\Sigma_{t,1}(\text{cm}^{-1})$	$\Delta\Sigma_{t,1}(\text{cm}^{-1})$	$\Sigma_{t,2}(\text{cm}^{-1})$	$\Delta\Sigma_{t,2}(\text{cm}^{-1})$
CelUn	0,3191		0,4470	
CelUnCen	0,3190	-0,0001	0,4471	0,0001
CelCenRef	0,3190	-0,0001	0,4471	0,0001
CelCenIns	0,3188	-0,0003	0,4472	0,0002
CelCenEvo	0,3189	-0,0002	0,4475	0,0005
CelCenEvoPL	0,3188	-0,0003	0,4473	0,0003
CelBord	0,3189	-0,0002	0,4472	0,0002

Dans le cas des neutrons rapides, les effets dus aux conditions frontières et à l'environnement autour de la cellule de référence ont très peu d'impact sur la section efficace totale. En effet, si l'on compare la cellule unitaire de référence (CelUn) avec les autres cellules, la variation de la section efficace totale du groupe rapide est inférieure à 0,13%. Pour le groupe thermique, les variations sont inférieures à 0,11%. Dans le groupe thermique, la variation donne lieu à une augmentation des sections efficaces totales comparativement à la cellule unitaire de référence.

Bref, les conditions frontières, ainsi que l'environnement dans lequel la cellule de référence évolue ont très peu d'impact sur les sections efficaces totales condensées à deux groupes.

Le Tableau 3.2 présente le nombre de neutrons émis par fission multiplié par les sections efficaces macroscopiques de fission homogénéisées et condensées à deux groupes d'énergie sur la cellule de référence.

On remarque que pour le groupe de neutrons rapides, l'effet de l'environnement et des conditions frontières a un peu plus d'impact sur les sections efficaces de fission que pour les sections efficaces totales. Les variations sont cependant inférieures à 2,7% pour les deux différentes sections efficaces. La variation des sections efficaces de fission thermique est inférieure à 4,5%. La plus grande variation provient de la cellule qui a été évoluée dans un environnement fortement hétérogène (CelCenEvo).

Tableau 3.2 Section efficace de fission et variation des cellules de référence

t=300 jours	$\nu\Sigma_{f,1}(\text{cm}^{-1})$	$\Delta\nu\Sigma_{f,1}(\text{cm}^{-1})$	$\nu\Sigma_{f,2}(\text{cm}^{-1})$	$\Delta\nu\Sigma_{f,2}(\text{cm}^{-1})$
CelUn	0,00111		0,00888	
CelUnCen	0,00112	0,00001	0,00885	-0,00003
CelCenRef	0,00111	0,00000	0,00885	-0,00003
CelCenIns	0,00114	0,00003	0,00880	-0,00008
CelCenEvo	0,00110	-0,00001	0,00848	-0,00040
CelCenEvoPL	0,00113	0,00002	0,00873	-0,00015
CelBord	0,00112	0,00001	0,00881	-0,00007

Aussi, la présence de Cadmium à proximité de la cellule référence (CelBord) a moins d'impact sur la section efficace de fission thermique que lorsque la cellule référence est dans un environnement hétérogène (CelCenEvo). De plus, on note que dans l'environnement hétérogène, la variation de la section efficace de fission thermique est inférieur lorsque la puissance est imposée localement sur la cellule (CelCenEvoPL), comme on serait en droit de s'y attendre.

Le Tableau 3.3 présente les coefficients de fuites homogénéisés sur la cellule de référence en fonction du groupe d'énergie.

Tableau 3.3 Coefficient de diffusion et variation des cellules de référence

t=300 jours	d_1	Δd_1	d_2	Δd_2
CelUn	1,54997		1,04772	
CelUnCen	1,54430	-0,00567	1,04292	-0,00480
CelCenRef	1,54444	-0,00553	1,04294	-0,00478
CelCenIns	1,55129	0,00132	1,04245	-0,00527
CelCenEvo	1,55040	0,00043	1,04236	-0,00536
CelCenEvoPL	1,55053	0,00056	1,04248	-0,00524
CelBord	1,54805	-0,00192	0,98741	-0,06031

Pour le coefficient de fuite rapide, on observe des variations inférieures à 0,4% entre la référence (CelUn) et les autres calculs. Notons que le calcul CelCenEvo présente la plus petite variation du coefficient de fuite rapide. Ainsi, une cellule unitaire évoluée est une bonne approximation pour reproduire le coefficient de fuite rapide obtenu dans un milieu fortement hétérogène. De plus, que la puissance soit imposée sur l'assemblage (CelCenEvo) ou localement sur la cellule (CelCenEvoPL) influence peu les coefficients de fuite des deux groupes.

Pour le groupe thermique, le coefficient de fuite du calcul de référence surestime le coefficient de fuite qu'on calculerait pour une cellule à proximité du réflecteur (CelBord). En effet, la différence entre le coefficient de fuite de CelUn et CelBord est de -5,76%. C'est une différence non négligeable. Ceci peut s'expliquer par le fait que les neutrons thermiques sont mieux absorbés par le cadmium que les neutrons rapides. Voilà pourquoi on note une plus grande variation dans le coefficient de fuite thermique que pour le coefficient de fuite rapide. De plus, une diminution du coefficient de fuite

thermique est observée lorsque l'on compare le coefficient de CelUn avec les autres calculs.

Le tableau 3.4 présente les valeurs de k_{∞} obtenues pour les différents calculs de transport.

Tableau 3.4 Coefficient k_{∞} et variation des cellules de référence

t=300 jours	k_{∞}	Δk_{∞}
CelUn	0,951549	
CelUnCen	0,954174	2,625
CelCenRef	0,951892	0,343
CelCenIns	0,887787	-63,762
CelCenEvo	0,873251	-78,298
CelCenEvoPL	0,889071	-62,478
CelBord	0,883537	-68,012

Notons que les coefficients k_{∞} sont pour les assemblages au complet. On remarque qu'il y a peu différence entre le coefficient de multiplication infini de CelUn, CelUnCen et CelCenRef. Ainsi, lorsque le calcul transport est fait sur un assemblage comprenant des cellules dont le combustible est d'âge homogène, cela modifie très légèrement le k_{∞} . Par contre, lorsque le combustible des cellules de l'assemblage n'a pas le même âge, ou que l'assemblage est sur le bord du réacteur, cela diminue grandement la valeur de k_{∞} . Ceci s'explique par le fait que le combustible de l'assemblage est en moyenne plus irradié.

Il est aussi pertinent d'observer les k_{∞} des cellules de référence. On extrait donc les propriétés des cellules de références de CelCenEvo, CelCenEvoPL et de CelCenIns, puis on fait un calcul de transport sur la cellule de référence extraite à 300 jours.

Le tableau 3.5 présente les quelques propriétés des cellules de références obtenues pour les simulations CelCenEvo, CelCenEvoPL et CelCenIns.

Tableau 3.5 Propriétés instantanées des cellules de référence

t=300 jours	k_{∞}	$\Delta k_{\infty}(\text{mk})$	$\Sigma_{a,1}(\text{cm}^{-1})$	$\Sigma_{a,2}(\text{cm}^{-1})$	$\nu\Sigma_{f,1}(\text{cm}^{-1})$	$\nu\Sigma_{f,2}(\text{cm}^{-1})$
CelUn	0,951549		0,0030547	0,0076890	0,0011104	0,0088786
CelCenIns	0,951643	0,09	0,0030550	0,0076894	0,0011106	0,0088802
CelCenEvo	0,873251	-78,30	0,0030966	0,0075307	0,0011030	0,0084827
CelCenEvoPL	0,950497	-1,05	0,0030266	0,0076604	0,0011073	0,0088089

Rappelons nous que CelCenIns est un assemblage constitué de cellules ayant évoluées de manière isolées. Ceci demande une moins grande puissance de calcul comparativement au cas où on fait évoluer un assemblage de cellules. Le but de cette simulation est d'observer s'il est possible d'obtenir des résultats similaires à la cellule de référence de CelCenEvo en nécessitant une moins grande puissance de calcul.

On remarque que k_{∞} diminue d'environ 78 mk lorsque la cellule de référence évolue dans un environnement hétérogène. En se référant à la Figure 2.9, on remarque que la cellule de référence est en contact avec les cellules C-2, C-4 et C-6. Ces cellules sont toutes constituées de combustible ayant été irradié durant 300 jours. Ainsi, puisque qu'il y a moins de neutrons disponibles autour de la cellule de référence, celle-ci doit fournir une plus grande puissance (la puissance globale de l'assemblage est imposée) pour compenser la puissance inférieure des cellules environnantes. Par contre, lorsque la puissance est imposée localement (CelCenEvoPL), les taux de combustion sont cohérents et la diminution n'est que de 1,05 mk. Ceci démontre bien que l'impact de l'environnement est beaucoup moins grand que les premiers résultats semblaient l'indiquer, la différence venant plutôt d'une disparités entre les taux de combustion que d'effets de couplages importants.

On sait que le nombre de neutrons créés est proportionnel à la section efficace de fission et que le nombre de neutrons absorbés est proportionnel à la section efficace d'absorption. En comparant la cellule CelUn avec la cellule CelCenEvo, on remarque que les sections efficaces de fission diminuent plus que les sections efficaces d'absorption (Tableau 3.5). Aussi, puisque la cellule de référence CelCenEvo est entourée de combustibles plus irradiés, celle-ci est forcée de brûler son combustible plus rapidement. Ces deux derniers faits expliquent la diminution du coefficient de multiplication infini.

3.2.2 Contribution du cadmium et du réflecteur sur le coefficient de fuite

Il a été démontré que lorsque la cellule évoluait en périphérie du réacteur, cela résultait à une diminution du coefficient de fuite thermique. Il est pertinent de connaître la source de cette diminution, est-ce la simulation de la condition de flux entrant nul ou bien la présence du réflecteur qui contribue à diminuer le coefficient de fuite?

Le Tableau 3.6 présente la variation du coefficient de fuite avec l'ajout de cadmium et de réflecteur à l'assemblage CelCenEvo.

Tableau 3.6 Variation du coefficient de fuite avec l'ajout de cadmium et du réflecteur

t=0 jours	d_1	d_2
CelCenEvo	1,55037	1,04237
CelBordS	1,55228	0,96351
CelBord	1,54777	0,99467

Le calcul de transport est fait lorsque la cellule de référence à t=0 jours. La cellule CelBordS provient de l'assemblage multicellulaire de la périphérie du cœur en retirant le cadmium. La variation du coefficient de diffusion rapide est très petite. En effet, elle

est inférieure à 0,3% même dans le cas de l'assemblage sans cadmium. Ceci s'explique par le fait que les neutrons rapides interagissent faiblement avec le cadmium. Pour le coefficient de fuite thermique, on observe une diminution de 7,6 % entre l'assemblage sans cadmium (CelBordS) et l'assemblage du centre (CelCenEvo). De plus, en comparant l'assemblage sans cadmium (CelBordS) avec l'assemblage du bord du réacteur (CelBord), on note que l'ajout de cadmium fait augmenter le coefficient de fuite thermique.

3.3 Résultats numérique des calculs DONJON

3.3.1 Effet à la périphérie du cœur

L'assignation des mélanges pour la géométrie de la périphérie du cœur est définie sur la Figure 2.12. Les propriétés du réflecteur sont tirées de la simulation multicellulaire de la périphérie du cœur. Le réflecteur extérieur correspond au mélange 6 (Figure 2.12) et le réflecteur intérieur correspond au mélange 5 (Voir Figure 3.1). Ainsi, l'assignation des mélanges du calcul DONJON est cohérente avec le calcul DRAGON.

Le calcul de diffusion, noté PeriCel, est fait à partir des propriétés de la cellule unitaire de référence (CelUn). Ainsi, l'ensemble des mélanges du calcul de diffusion correspond à un seul mélange du calcul DRAGON. Les effets dus à l'évolution d'une cellule au bord du réacteur ne sont pas prises en compte dans ce calcul de diffusion. En effet, il n'y a ni réflecteur, ni cadmium dans l'environnement de cette cellule de référence.

Par ailleurs, le calcul de diffusion, noté PeriBord, montre l'effet d'un calcul de réacteur dont les propriétés des cellules en périphérie du cœur sont obtenues à partir d'un calcul de transport reflétant le bord du réacteur. En effet, les mélanges utilisés lors du calcul de

diffusion dans DONJON (Figure 2.10) sont entièrement tirées du calcul DRAGON de l'assemblage multicellulaire de la périphérie du coeur (Figure 3.1).

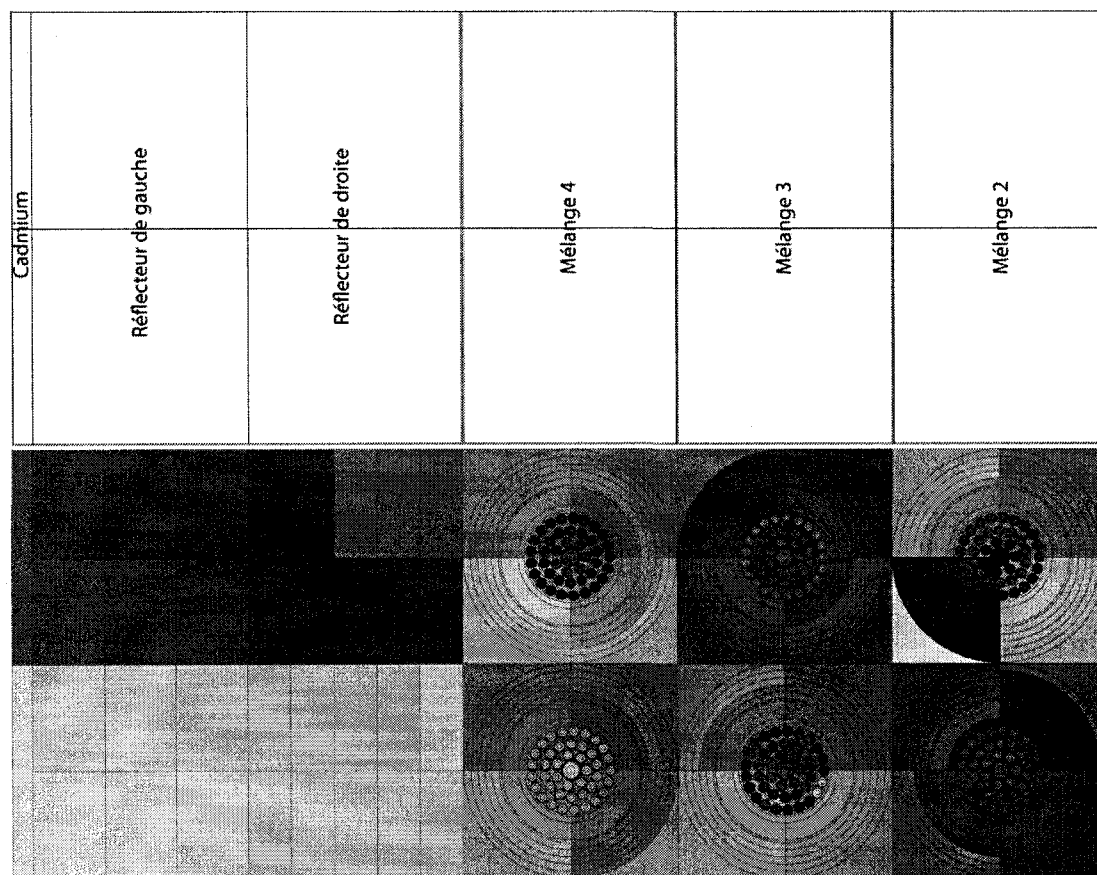


Figure 3.1 Assignment des mélanges pour le calcul DONJON au bord du réacteur

L'assignation des mélanges du réflecteur est la même que pour le calcul de diffusion PeriCel. Dans le cas des mélanges de combustible, le mélange 4 de DONJON correspond au mélange 4 du calcul de transport (Figure 3.1) alors que pour les mélanges 3 et 2 du calcul de diffusion correspondent respectivement aux mélanges 3 et 2 du calcul de DRAGON au bord du réacteur (Figure 3.1). Ensuite, le mélange 1 du calcul de diffusion en périphérie du cœur correspond au mélange tiré du calcul de transport fait sur la cellule unitaire de référence (CelUn). Ainsi, les propriétés au centre du réacteur

sont similaires pour PeriCel et PeriBord. Cela permet de mieux cerner les effets à la périphérie du réacteur.

Pour les deux calculs de diffusion, une sous division de 4 est appliquée selon l'axe z . De plus, l'ensemble des mélanges sont extraits (de DRAGON) pour une irradiation de 300 jours. Le Tableau 3.7 présente l'influence des propriétés périphériques sur le calcul de réacteur.

Tableau 3.7 Effet à la périphérie du réacteur avec une sous division selon z

$t=300$ jours	k_{eff}	$\Delta k_{eff}(mk)$
PeriCel	0,938456	
PeriBord	0,935803	-2,6527

On remarque que lorsque les cellules évoluent en périphérie du réacteur, ceci a pour impact de diminuer le k_{eff} de 2,6527 mk. Cela s'explique par le fait que lorsque le calcul de transport est fait pour un assemblage au bord du réacteur, la présence de cadmium, qui est un absorbant de neutron, fait diminuer k_{∞} (Tableau 3.5) comparativement au calcul transport pour la cellule unitaire. Aussi, on note une diminution des coefficients de fuite pour les cellules évoluant à la périphérie du réacteur (Tableau 3.6).

Puisque dans le réflecteur il n'y a pas de fission, il y aura moins de neutrons produits à gauche de la cellule de référence qu'à droite. Bref, l'effet combiné du Cadmium et du réflecteur aura pour impact de diminuer le coefficient effectif sur le calcul de cœur.

Pour des raisons de puissance de calcul, nous avons limité la sous division selon l'axe des z à 1. Ceci vient du fait que le module pour tracer le flux nécessite une grande puissance de calcul lorsque l'axe des z est discrétisé.

Le Tableau 3.8 présente les résultats de k_{eff} avec aucune sous division selon z .

Tableau 3.8 Effet à la périphérie du réacteur sans sous division selon z

$t=300$ jours	k_{eff}	$\Delta k_{eff}(mk)$
PeriCel	0,937880	
PeriBord	0,935073	-2,8066

On remarque que la diminution de la sous division selon z a très peu d'impact sur la différence du k_{eff} . En effet, la variation du coefficient est du même ordre pour les deux sous divisions. La différence entre le cas avec et sans sous division du calcul PeriCel est de -0,5763 mk. Pour le calcul de diffusion noté PeriBord, la diminution est de 0,7302 mk. Ainsi, lorsque la sous division selon z diminue, on observe une diminution du coefficient de multiplication effectif. La Figure 3.2 présente le flux thermique à l'extrémité du réacteur du réacteur.

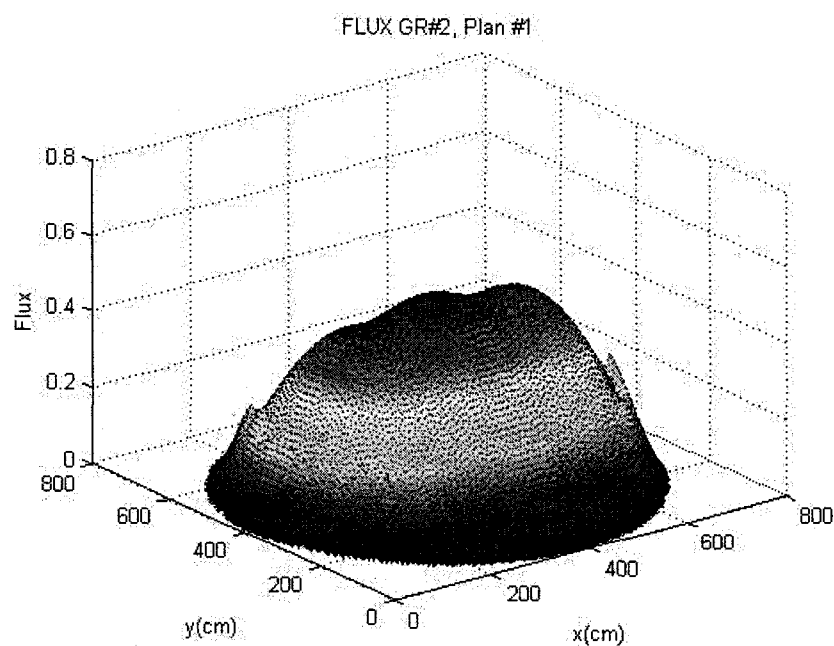


Figure 3.2 Flux thermique dans le plan #1 de PeriCel

En comparant le Figure 3.2 et la Figure 3.3, on remarque que l'amplitude maximale du flux thermique est supérieure pour le calcul PeriBord. De plus, le flux est plus localisé autour du centre du plan #1 pour PeriBord.

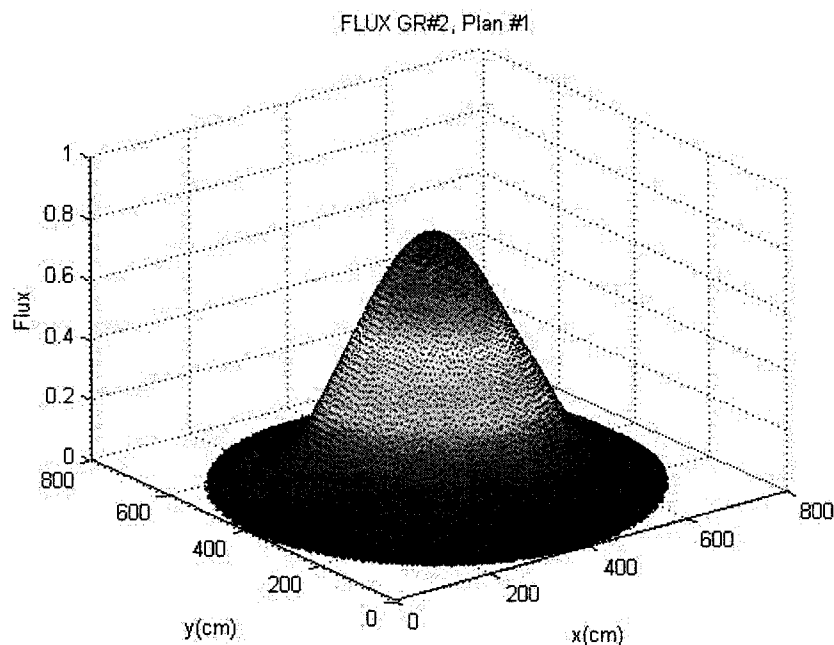


Figure 3.3 Flux thermique dans le plan #1 de PeriBord

Les Figures 3.4 et 3.5 présentent le flux thermique dans le plan #6 pour les calculs de diffusion PeriCel et PeriBord.

On remarque que l'amplitude maximale du flux thermique dans le plan #6 est supérieure pour le calcul PeriBord. De plus, le maximum du flux thermique se retrouve au centre du plan #6 pour le calcul PeriBord. Sur la Figure 3.4, on observe qu'il y a deux maximums situés à la périphérie du cœur. On remarque aussi la présence de neutrons thermiques dans le réflecteur.

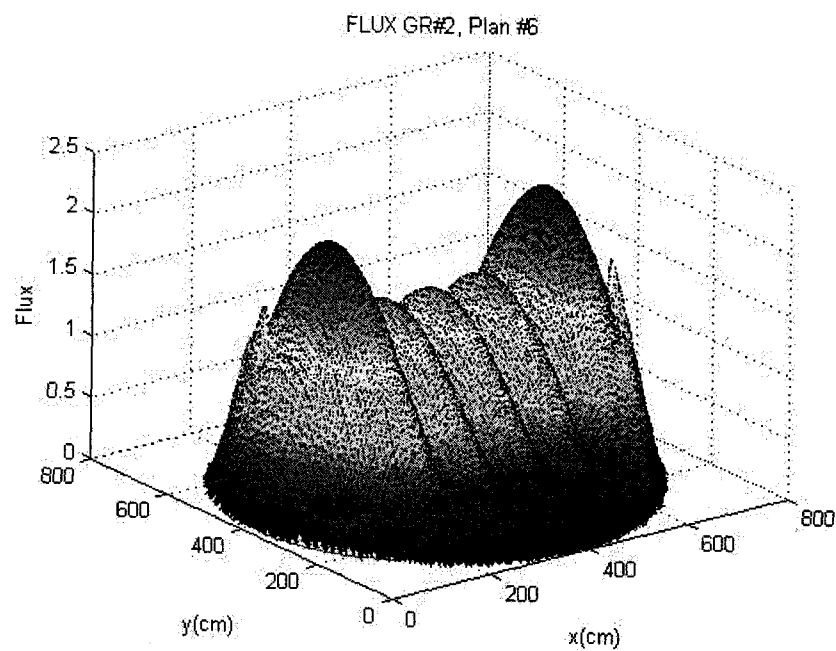


Figure 3.4 Flux thermique dans le plan 6 de PeriCel

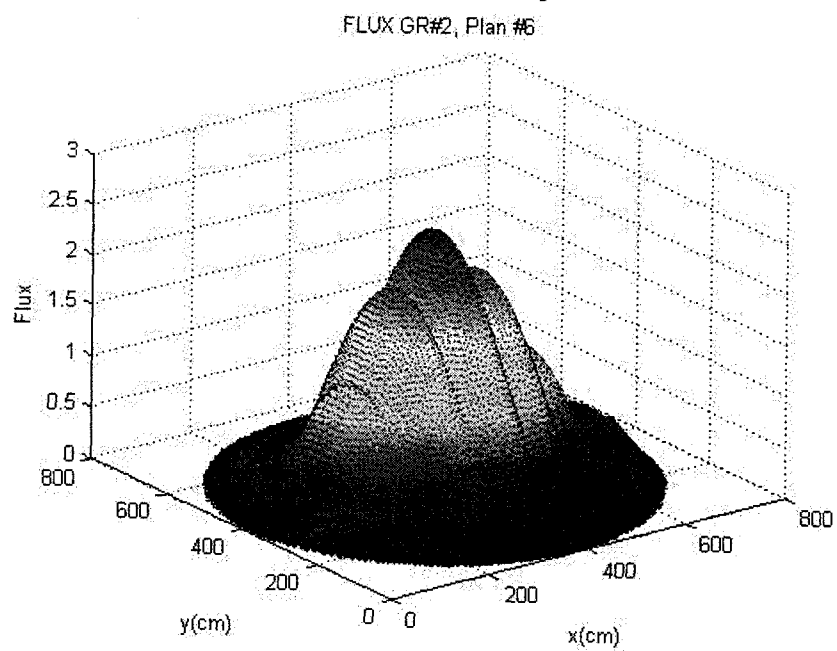


Figure 3.5 Flux thermique dans le plan #6 de PeriBord

La Figure 3.6 présente le flux de neutrons rapides au centre du réacteur pour PeriCel. Tout comme pour le flux thermique dans le plan #6, le flux rapide est encore constitué de deux maximums situés près du réflecteur. De plus, on remarque trois autres pics de flux situés autour du centre du plan #6.

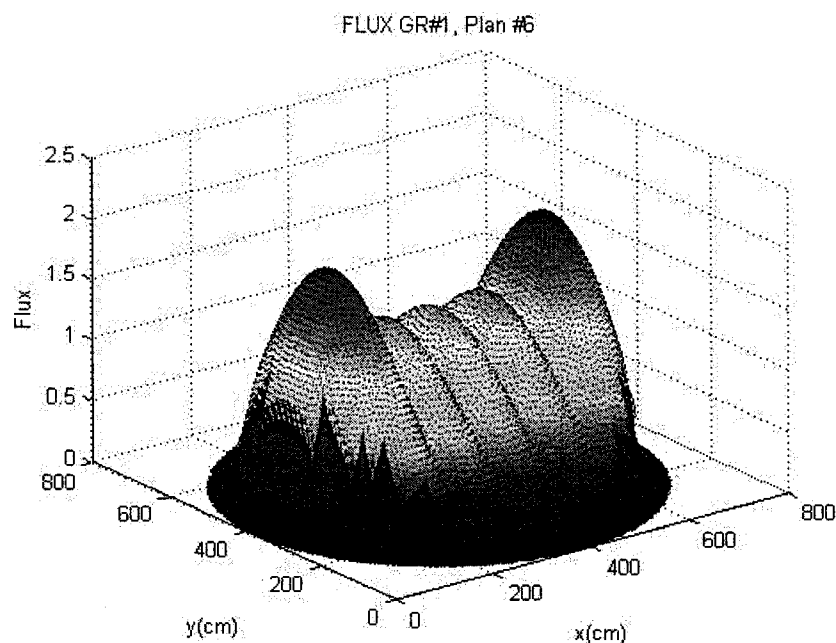


Figure 3.6 Flux rapide dans le plan #6 de PeriCel

La Figure 3.7 présente le flux de neutron rapide au centre du réacteur pour PeriBord. En comparant la Figure 3.5 et la Figure 3.7, on observe que l'amplitude maximale du flux rapide est inférieure à l'amplitude maximale du flux thermique.

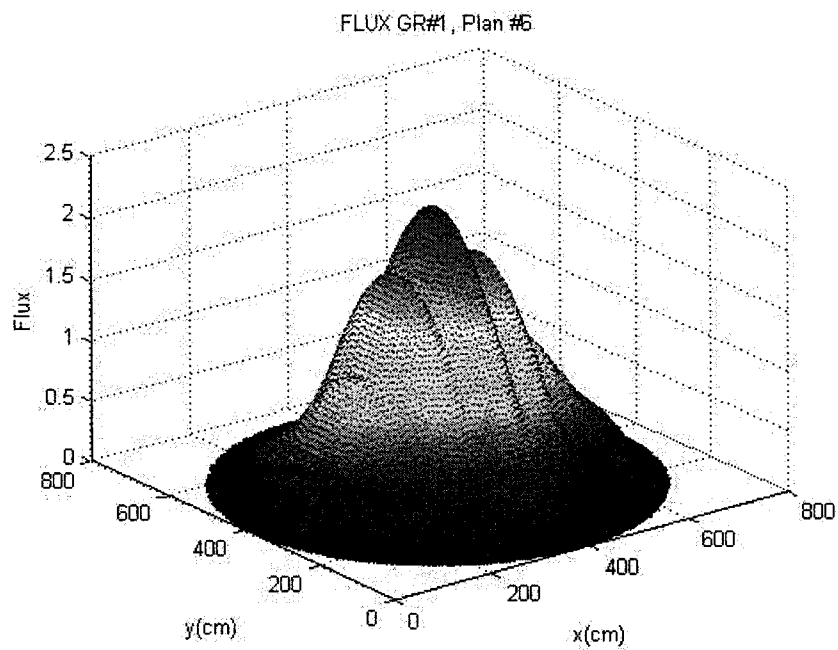


Figure 3.7 Flux rapide dans le plan #6 de PeriBord

La Figure 3.8 montre le flux thermique dans le plan #12 de PeriCel.

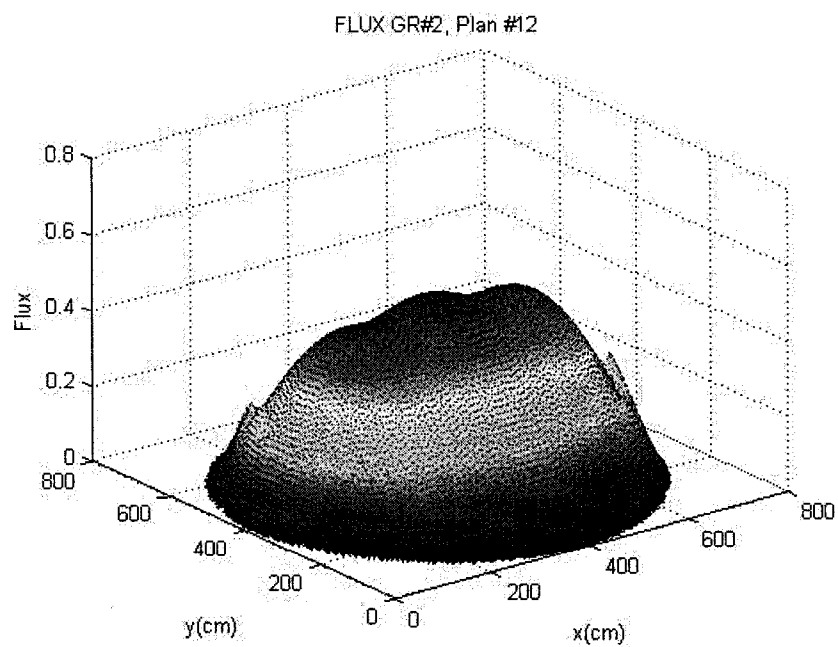


Figure 3.8 Flux thermique dans le plan #12 de PeriCel

En comparant la Figure 3.2 avec la Figure 3.8, on voit que le flux a la même forme pour les deux extrémités du réacteur. La Figure 3.9 montre le flux thermique dans le plan #12 de PeriBord.

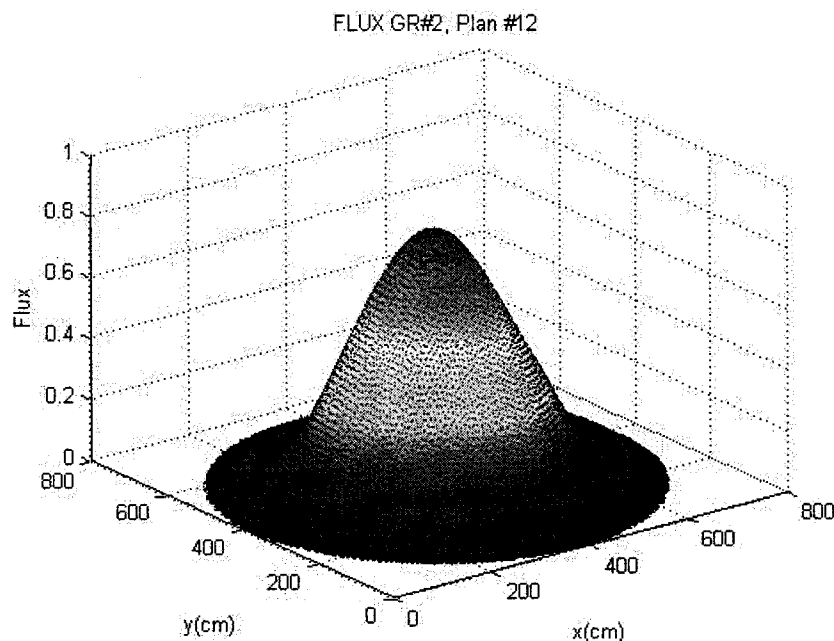


Figure 3.9 Flux thermique dans le plan #12 de PeriBord

D'après les résultats obtenus, on conclut que les mélanges provenant de la proximité du réflecteur (calcul transport) ont un impact sur le calcul de diffusion. En effet, lorsque les cellules ont évoluées dans un environnement simulant le bord du réacteur, le nombre de neutrons arrivant à gauche de la cellule est inférieur au nombre de neutrons arrivant à droite de la cellule. Ainsi, il y aura moins de neutrons entrant dans la cellule de l'assemblage bord que pour une cellule unitaire. Puisqu'il y a moins de neutrons dans les cellules en périphérie du réacteur, il y aura moins de puissance dans cette région. Ainsi, le flux de neutrons thermique et rapide sera plus localisé au centre lorsque les cellules en périphérie du réacteur proviennent de la cellule de l'assemblage du bord. De plus, la localisation du flux entraîne une augmentation de l'amplitude relative des flux maximum car la puissance est fixée sur le réacteur. En fixant la puissance du réacteur

dans le calcul de diffusion, le combustible au centre devra fournir plus de puissance pour compenser la faiblesse de la puissance à la périphérie. Ceci vient du fait que la puissance est proportionnelle au nombre de neutrons et que le mélange provenant de CelUn peut potentiellement produire plus de neutrons.

3.3.2 Effet d'un cœur homogène

Dans cette section, nous simulerons un cœur homogène. L'ensemble des mélanges utilisés dans le calcul DONJON proviendront de cellules DRAGON irradiées durant 300 jours. L'assignation des mélanges DONJON pour la géométrie du centre du cœur est présentée à la Figure 2.13. Les propriétés du réflecteur sont tirées de la simulation multicellulaire de la périphérie du cœur du centre du cœur. Le réflecteur extérieur correspond au réflecteur de gauche et le réflecteur intérieur correspond au réflecteur de droite (Figure 3.1), soit respectivement les mélanges 8 et 7 du calcul de diffusion (Figure 2.13).

Un calcul de cœur est fait à partir des propriétés extraites à 300 jours pour les différentes cellules de références. Il est donc possible de voir directement l'impact de l'environnement dans lequel la cellule a évolué sur le calcul de diffusion d'un cœur homogène. Il est évident que la cellule extraite du calcul transport au bord du réacteur ne représente pas une situation réelle lorsque celle-ci est insérée dans le centre du réacteur pour le calcul de diffusion.

Notons que les propriétés de tous les mélanges contenant du combustible proviennent des cellules de référence seulement. La notation aura la forme CXYHom avec :

- X=U signifie que les propriétés au centre du réacteur proviennent du calcul de transport CelUn.

X=R signifie que les propriétés des cellules centre proviennent du calcul transport CelCenRef.

X=I signifie que les propriétés des cellules centre proviennent du calcul transport CelCenIns.

X=E signifie que les propriétés des cellules centre proviennent du calcul transport CelCenEvo.

X=B signifie que les propriétés des cellules centre proviennent du calcul transport CelBord.

- Y=R signifie que le réflecteur provient de la cellule unitaire.
- Y=B signifie que le réflecteur provient de l'assemblage au bord du réacteur.
- Hom signifie que l'âge du combustible est homogène pour le calcul de diffusion.
- PL signifie que la puissance a été imposée localement sur la cellule de référence.

Notons que Δk_{eff} est défini comme le k_{eff} obtenue pour le calcul de référence (CURHom) moins k_{eff} obtenue par le calcul de diffusion en question. Le Tableau 3.9 présente la valeur du k_{eff} pour les différents calculs de diffusion sur un cœur homogène.

Tableau 3.9 Valeur du k_{eff} d'un cœur homogène

t=300 jours	k_{eff}	$\Delta k_{eff}(mk)$
CURHom	0,93846170	
CUBHom	0,93845590	-0,0058
CRBHom	0,93882668	0,36498
CIBHom	0,94041580	1,9541
CEBHom	0,91377340	-24,6883
CEBHomPL	0,93420390	-4,2578
CBBHom	0,93266428	-5,797

Pour le calcul de diffusion CURHom, les propriétés du réflecteur proviennent du calcul transport de la cellule unitaire. Pour les autres calculs de diffusion, le réflecteur est issu de l'assemblage au bord du réacteur. Lorsque l'on compare CURHom et CUBHom, on ne note une petite variation. En effet, on obtient $\Delta k_{eff} = -0,006$ mk entre CURHom et CUBHom. Ainsi, pour un cœur homogène, la provenance du réflecteur a peu d'impact sur le calcul diffusion.

On observe que les conditions frontières ont un impact mineur sur le calcul de cœur à combustible d'âge homogène. En effet, le calcul CRBHom est fait avec les propriétés de la cellule de référence obtenues suite au calcul de transport CelCenRef. Ainsi, on remarque une augmentation de $\Delta k_{eff} = 0,365$ mk. Cela est inférieur à 1 mk, donc l'effet des conditions frontières est relativement faible.

Lorsque le mélange du calcul de cœur provient de la cellule de référence CelCenIns le facteur de multiplication augmente. En effet, si l'on compare le calcul de diffusion CURHom et CIBHom, on obtient une augmentation de k_{eff} de 1,954 mk. Ceci s'explique par le fait que lorsque le calcul de transport instantané est fait, la cellule de référence est entourée de cellules ayant subi une plus grande irradiation (Figure 2.8). Puisque la puissance globale du calcul de transport est fixe, cette cellule doit fournir plus de neutrons pour compenser la faible puissance des cellules l'entourant. La cellule de référence CelCenEvo brûle donc plus rapidement que la cellule de référence CelCenIns. C'est pourquoi le flux de neutrons sera supérieur pour la cellule de référence CelCenIns.

Nous venons de voir que pour un calcul de cœur homogène, l'effet instantané d'un environnement hétérogène est non négligeable. Examinons l'effet de l'environnement hétérogène dans le temps. Maintenant, le calcul de cœur est fait avec les propriétés de la cellule à 300 jours provenant du calcul de transport CelCenEvo. Ainsi, la cellule de

référence évolue dans un environnement où le combustible des cellules voisines en $x+$, $x-$ et $y+$ est plus. Nous avons déjà vu que pour le calcul transport CelCenEvo, la variation de k_{∞} est de l'ordre de -78 mk comparativement au calcul de transport CelUn. Ainsi, on s'attend à une différence du même ordre pour le calcul de diffusion. Cependant, cette différence était due à une incompatibilité entre le taux de combustion des deux cellules comparées. Pour le calcul de diffusion, noté CEBHom, on obtient $k_{eff}=0,91351$. La différence entre le calcul de diffusion CURHom et CEBHom est de -24,6883 mk, ce qui est conforme à nos attentes. Par contre, si les propriétés proviennent du calcul où la puissance est imposée sur la cellule de référence (CelCenEvoPL), ce qui assure la cohérence des calculs, la variation de k_{eff} est beaucoup plus petite. On note une diminution de -4,2578 mk de k_{eff} .

Aussi, lorsque le calcul de diffusion est fait avec les propriétés de la cellule de référence obtenue pour le calcul transport à la frontière du réacteur, on trouve que le facteur multiplicatif effectif diminue de 5,8 mk. On s'attendait à une diminution du coefficient effectif car un bon nombre de neutrons sont absorbés par la présence du cadmium.

Les Figures 3.10 à 3.21 nous présentent quelques flux thermiques et rapides des simulations d'un cœur homogène.

En comparant les Figures 3.10, 3.11, 3.12 et 3.13, on constate que l'environnement dans lequel la cellule a évolué a peu d'impact sur la forme du flux rapide dans le plan #6.

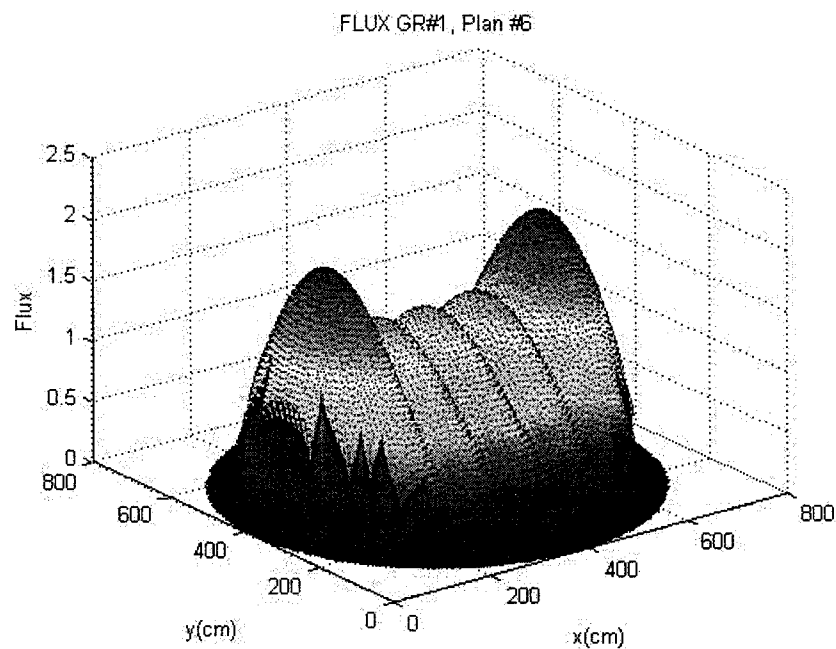


Figure 3.10 Flux rapide dans le plan #6 de CURHom

En comparant la Figure 3.10, 3.11, on note que pour un cœur homogène, la provenance du réflecteur n'a pas d'impact sur la forme du flux rapide.

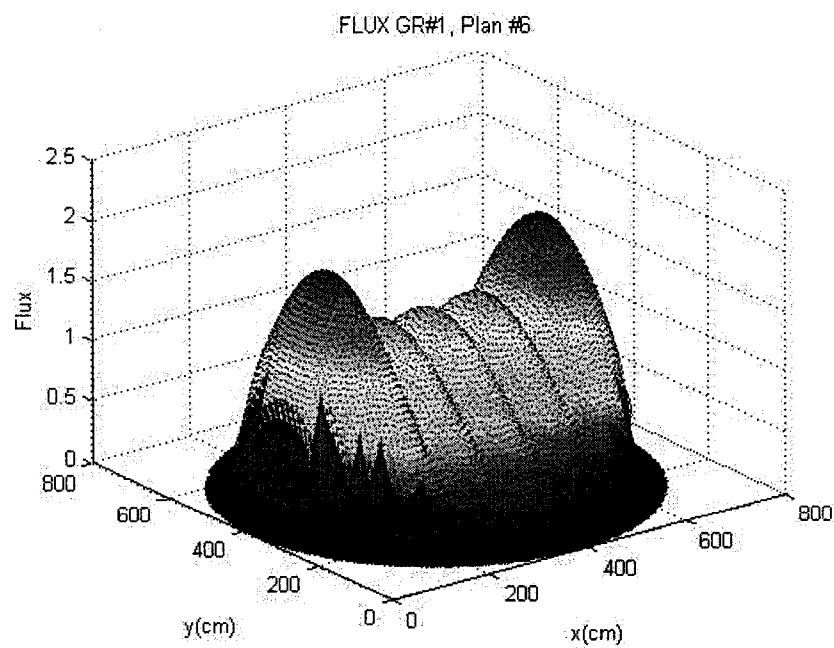


Figure 3.11 Flux rapide dans le plan #6 de CUBHom

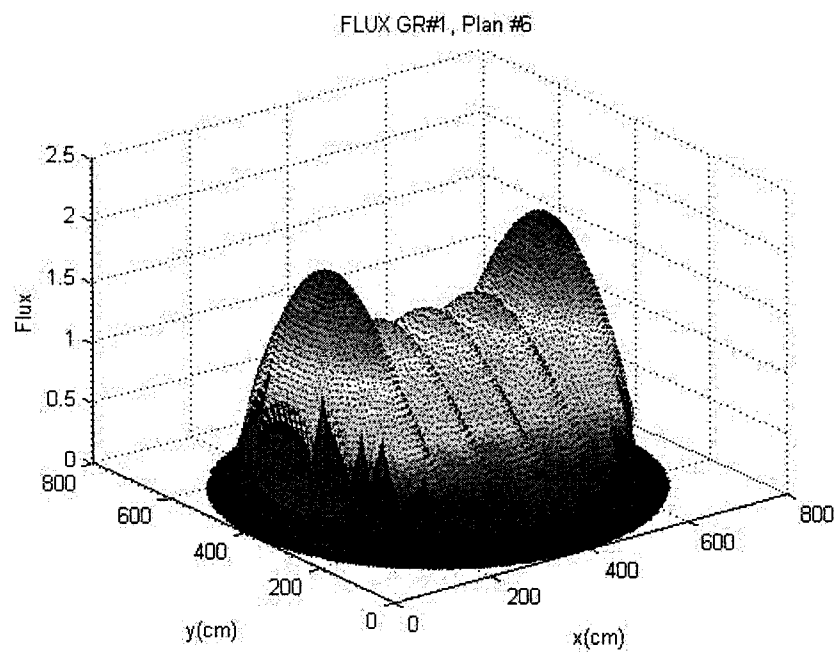


Figure 3.12 Flux rapide dans le plan #6 de CEBHom

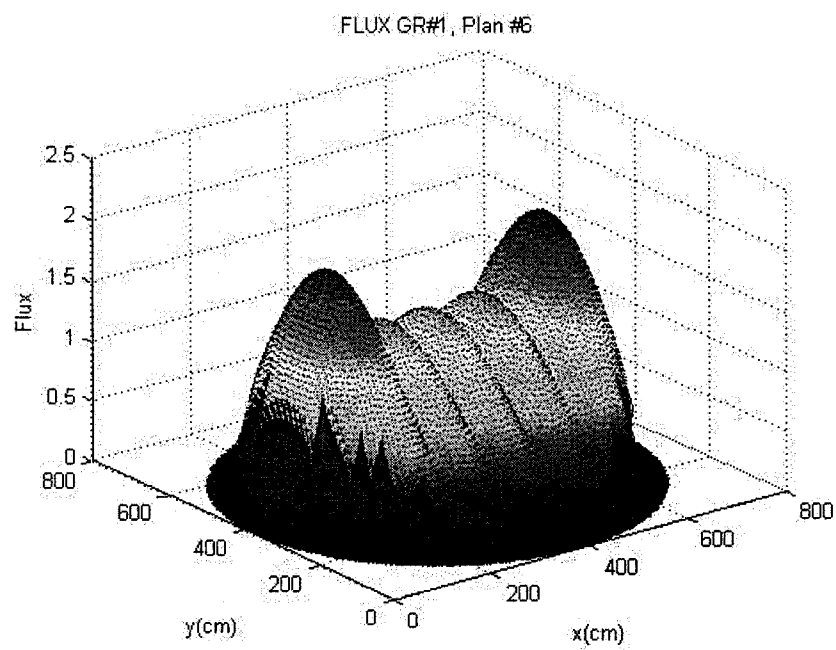


Figure 3.13 Flux rapide dans le plan #6 de CEBHomPL

Les Figures 3.14, 3.15 et 3.16 présentent le flux thermique dans le centre du réacteur, c'est-à-dire dans le plan #6.

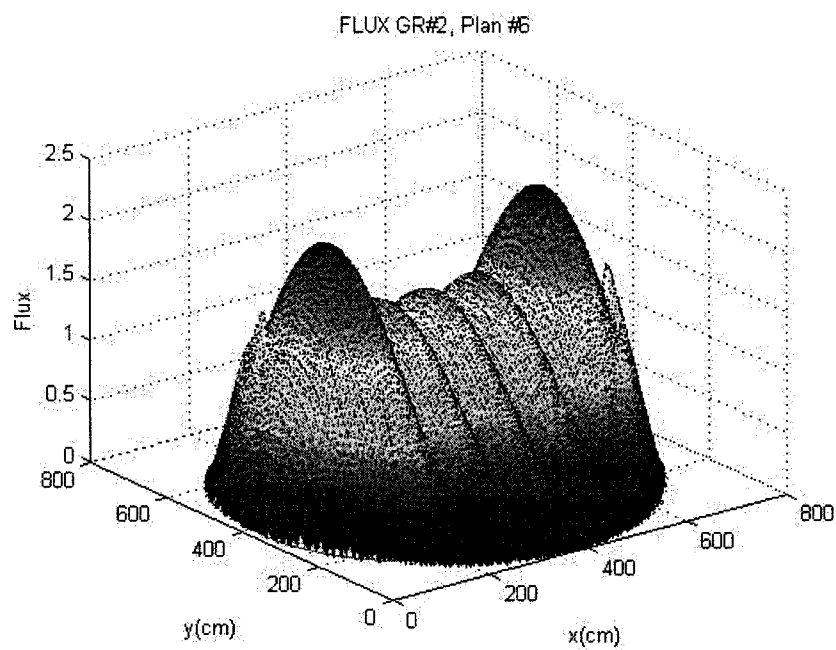


Figure 3.14 Flux thermique dans le plan #6 de CURHom

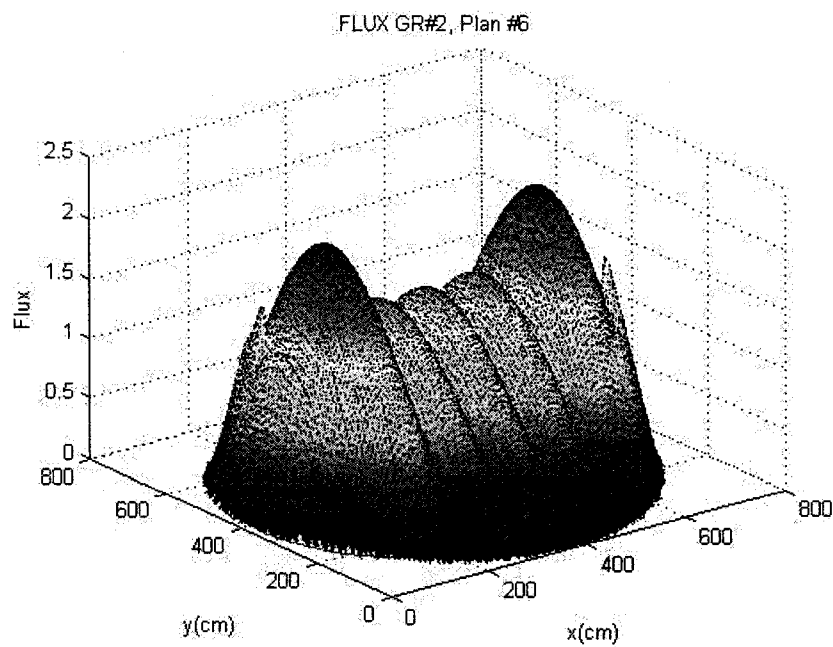


Figure 3.15 Flux thermique dans le plan #6 de CUBHom

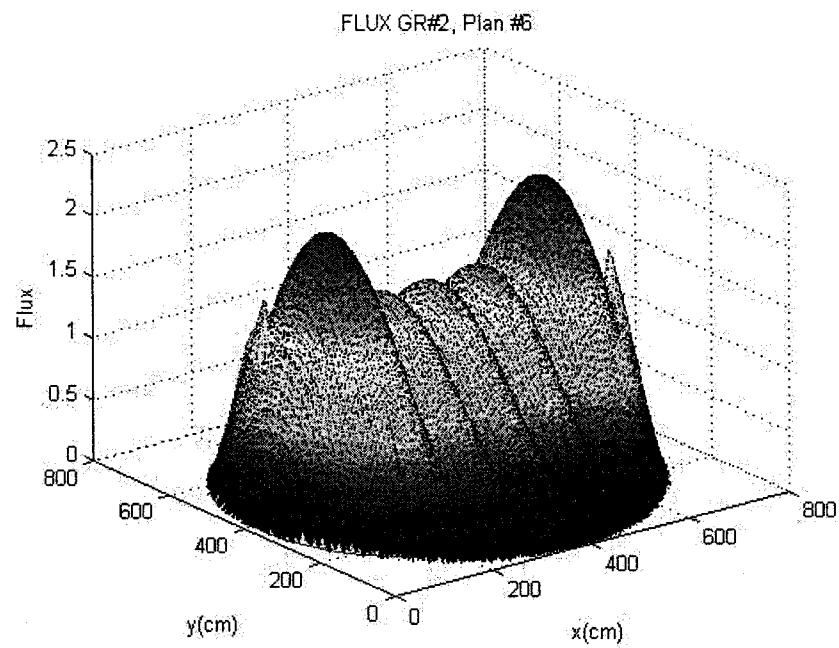


Figure 3.16 Flux thermique dans le plan #6 de CEBHom

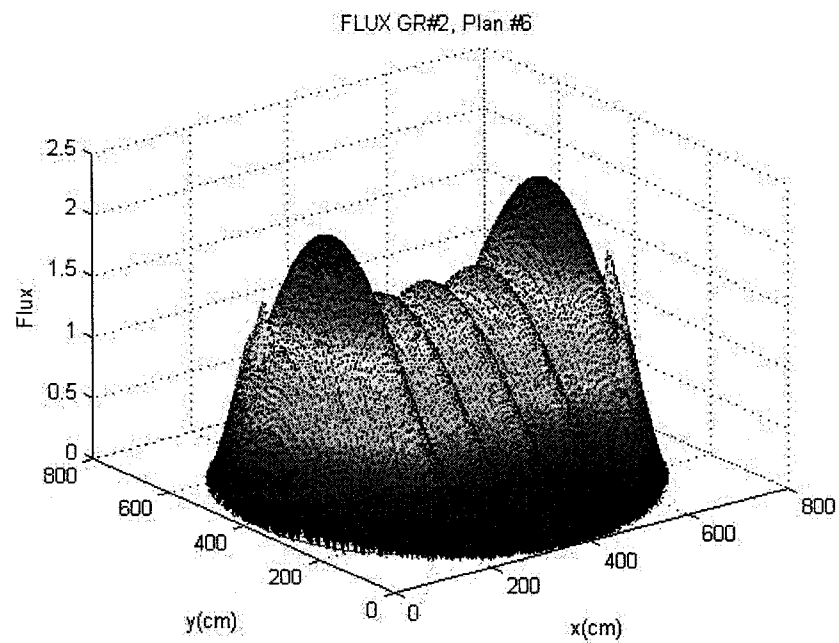


Figure 3.17 Flux thermique dans le plan #6 de CEBHomPL

On observe que le flux thermique dans le plan #6 d'un réacteur homogène ne varie pas beaucoup pour un calcul de diffusion fait à partir des propriétés de la cellule de référence provenant d'un milieu hétérogène ou homogène.

Les Figures 3.18 à 3.21 présentent les flux thermiques aux extrémités du réacteur.

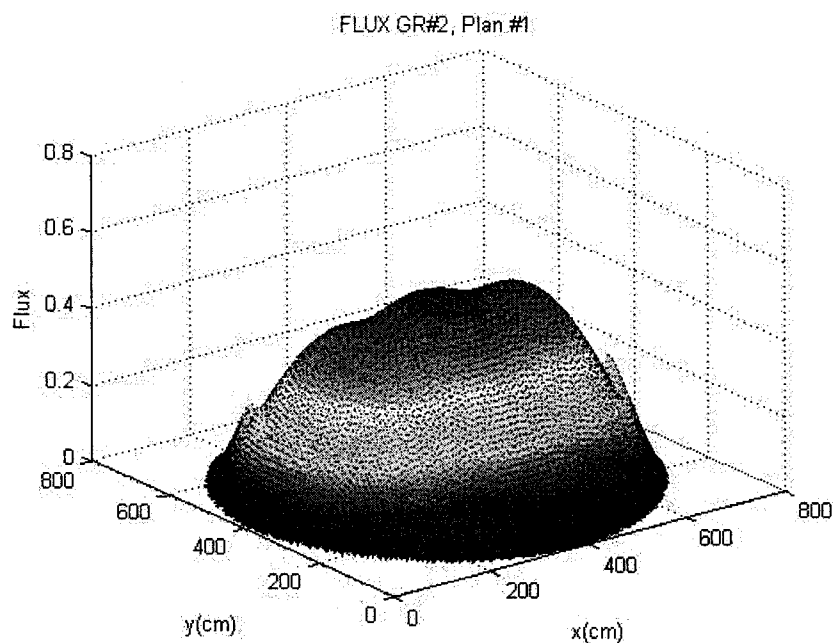


Figure 3.18 Flux thermique dans le plan #1 de CURHom

On observe que les flux thermique aux extrémités ont tous la même forme spatiale.

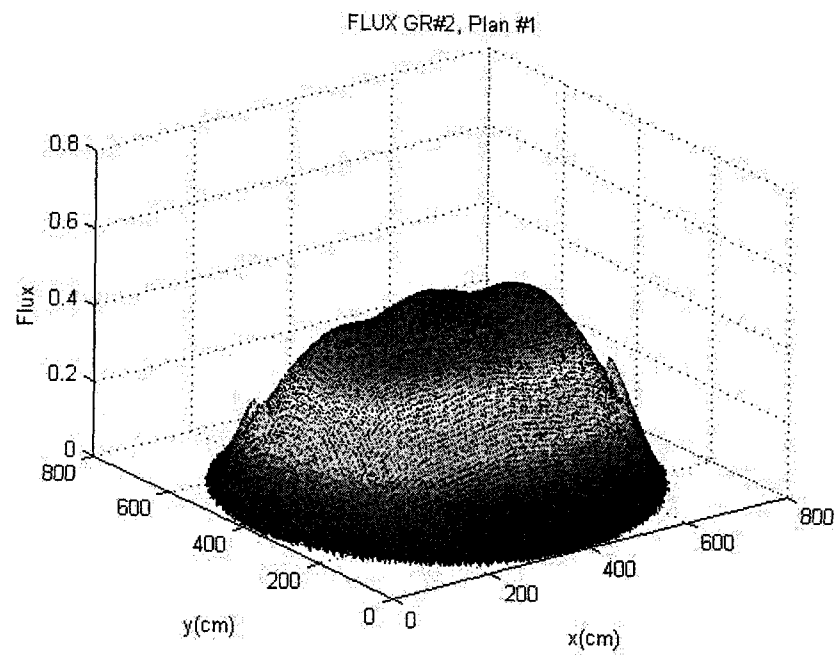


Figure 3.19 Flux thermique dans le plan #1 de CEBHom

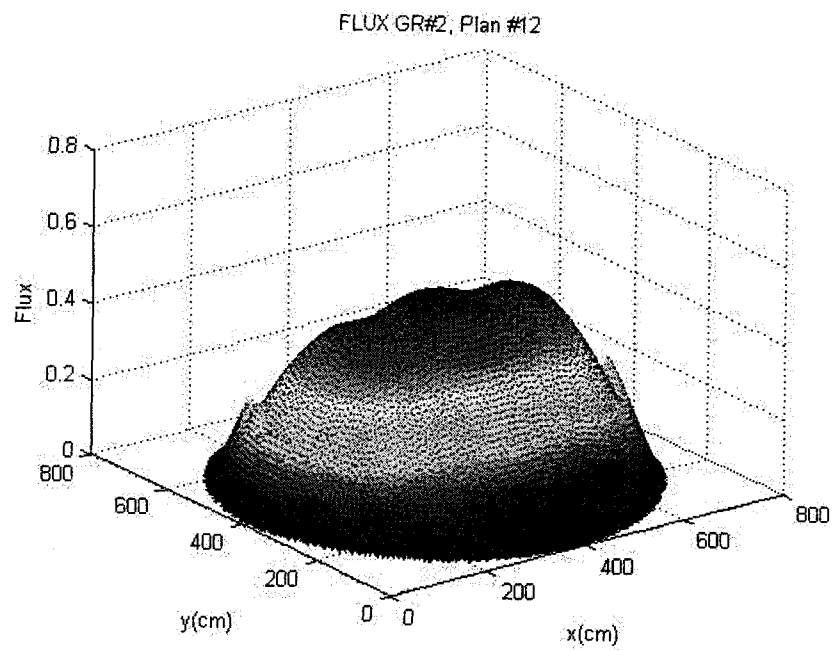


Figure 3.20 Flux thermique dans le plan #12 de CURHom

Les Figures 3.18 à 3.21 montrent que la forme spatiale du flux thermique aux extrémités varie peu en fonction de l'environnement dans lequel la cellule de référence a évolué.

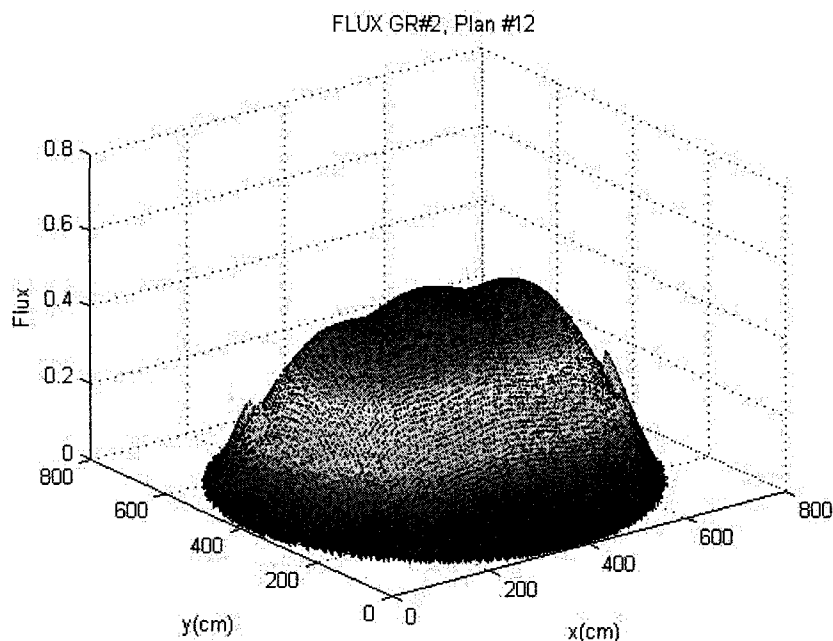


Figure 3.21 Flux thermique dans le plan #12 de CEBHom

3.3.1 Effet d'un cœur fortement hétérogène

Nous avons démontré l'effet de l'environnement à la périphérie du réacteur. Ensuite, nous avons étudié l'effet de l'environnement de la cellule sur un calcul de cœur homogène. Finalement, nous allons étudier l'effet de l'environnement sur un calcul de cœur hétérogène.

Dans un premier temps, les propriétés sont tirées du calcul de transport neutronique de la cellule unitaire, noté CelUn, et ce calcul de diffusion sera le calcul de référence. Les propriétés sont utilisées de telle sorte que la séquence de l'âge du combustible, montrée sur la Figure 2.13, soit reproduite. Pour CURHet et CUBHet, les propriétés sont tirées

seulement de la cellule de référence à 300 et 600 jours, alors que pour les autres calculs de diffusion, on utilise les six cellules des assemblages. Pour le calcul CEBHetPL, le mélange 5 est tiré du calcul avec puissance locale imposée (CelCenEvoPL). Les autres mélanges proviennent de la cellule unitaire de référence.

La notation est la même que pour le combustible homogène. Par contre, les trois dernières lettres, soit Het, sont utilisées pour un coeur hétérogène. Le calcul de référence pour le coeur hétérogène est noté CURHet. Les valeurs des différents calculs de diffusion seront comparées au calcul de référence.

Le Tableau 3.10 présente la valeur de k_{eff} pour le calcul de réacteur hétérogène.

Tableau 3.10 Valeur du k_{eff} d'un coeur hétérogène

t=300 jours	k_{eff}	$\Delta k_{eff}(mk)$
CURHet	0,85907	
CUBHet	0,85906	-0,005
CRBHet	0,85472	-4,350
CIBHet	0,85763	-1,438
CEBHet	0,84232	-16,755
CEBHetPL	0,85471	-4,356

Lorsque les mélanges sont tirés des calculs de transport fait sur l'assemblage multicellulaires du centre du réacteur⁵ (Figure 3.22), ceux-ci reproduisent la séquence montré sur la Figure 2.13. On note une cohérence entre les numéros de mélanges DONJON et DRAGON. Au Tableau 3.10, on remarque que la provenance du réflecteur a peu d'impact sur le calcul de réacteur hétérogène. En effet, lorsque le réflecteur provient du montage assemblage de bord, le k_{eff} diminue de 0,005 mk. De plus, si l'on

⁵ Dans le cas de CEBHetPL, seul le mélange 5 est tiré du calcul fait sur l'assemblage multicellulaires.

compare un calcul de diffusion à cœur hétérogène avec la même simulation à cœur homogène, on note que la variation de Δk_{eff} est du même ordre.

Mélange 1 (C-1)	Mélange 2 (C-2)	Mélange 3 (C-3)
Mélange 4 (C-4)	Mélange 5 (C-5)	Mélange 6 (C-6)

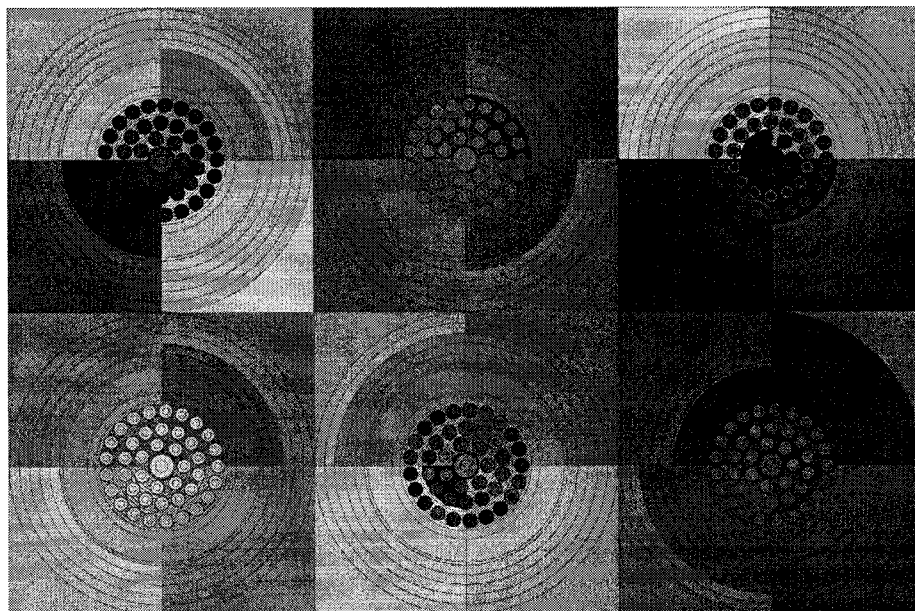


Figure 3.22 Attribution des mélanges du calcul DONJON

Lorsque le calcul de cœur est fait à l'aide des propriétés provenant du calcul transport CelCenIns, il y a une diminution du k_{eff} de 1,438 mk. Que le cœur du calcul de diffusion soit homogène ou hétérogène, la variation avec les calculs de référence respectif est du même ordre pour les mélanges provenant de CelCenIns.

Quand le calcul de diffusion pour un cœur hétérogène est fait avec les propriétés issues du calcul de transport CelCenRef, on obtient une variation $\Delta k_{eff} = -4,350$. Dans ce cas, lorsque que le calcul de diffusion est fait sur un cœur hétérogène (CRBHet), la variation du coefficient k_{eff} est plus grande que pour le cœur homogène (CRBHom).

Si la puissance est imposée localement sur la cellule lors du calcul de transport (CelCenEvoPL), la diminution est de 4,356 mk. En imposant la puissance localement, on obtient une cellule avec le même taux de combustion que CelUn.

Les Figures 3.23 à 3.27 présentent le flux rapide dans le centre du réacteur.

En comparant les Figures 3.23 à 3.25, on note que le flux rapide a la même forme. Encore une fois, la provenance du réflecteur a peu d'impact sur la géométrie du flux neutronique. De plus, on voit la présence d'extremums en périphérie du réacteur.

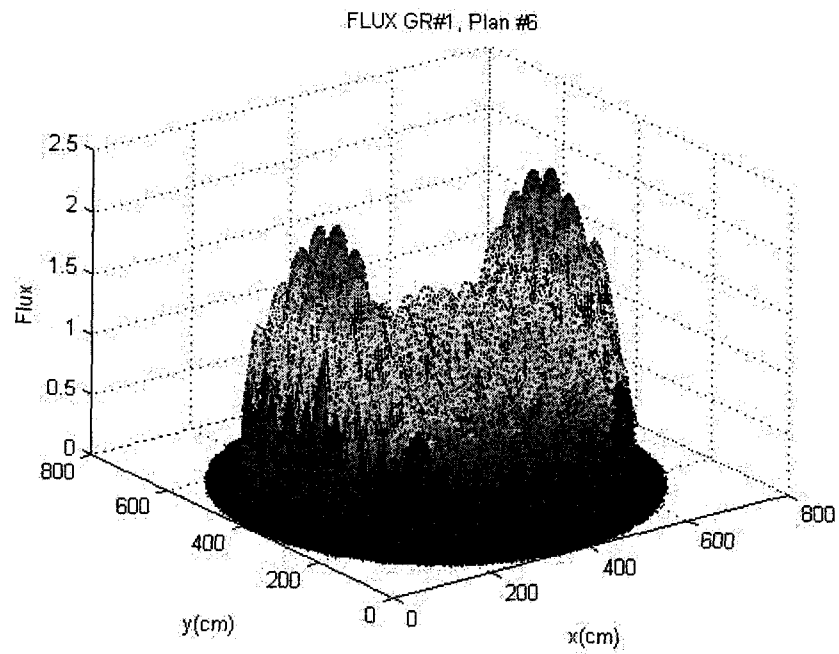


Figure 3.23 Flux rapide du plan #6 de CURHet

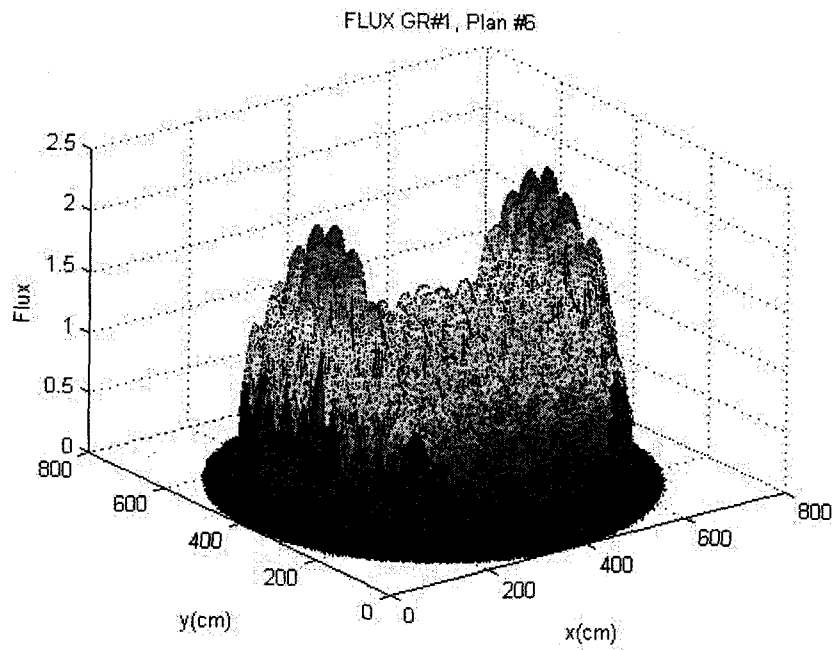


Figure 3.24 Flux rapide du plan #6 de CUBHet

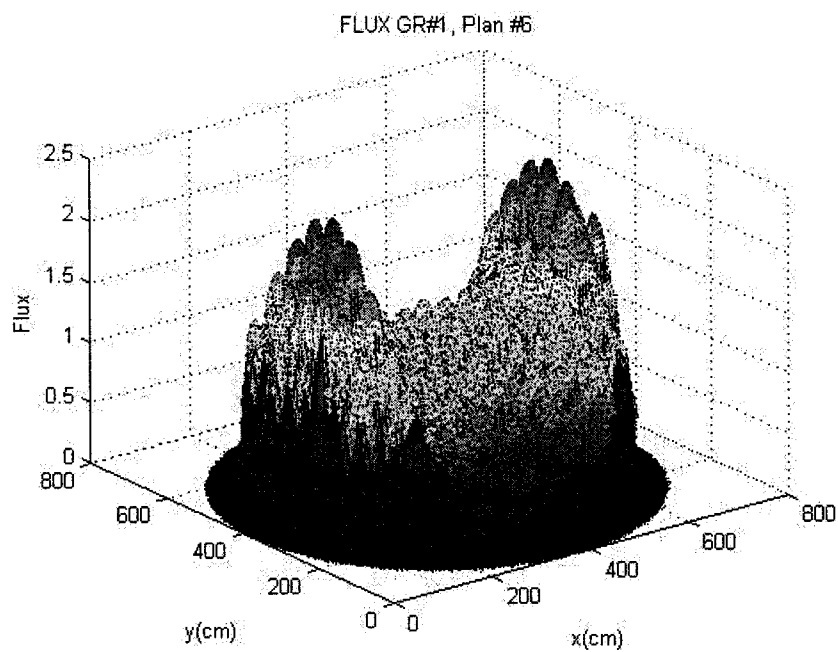


Figure 3.25 Flux rapide du plan #6 de CRBHet

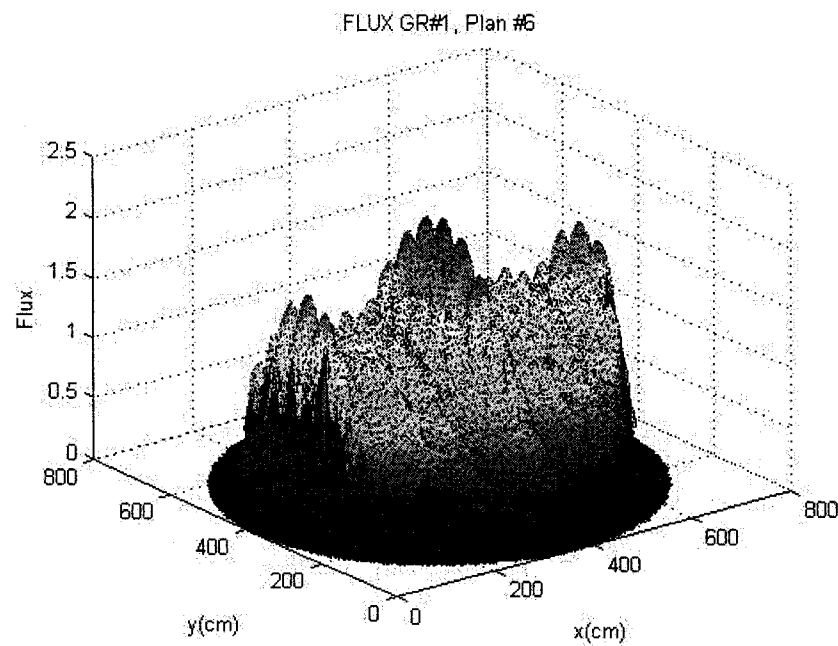


Figure 3.26 Flux rapide du plan #6 de CEBHet

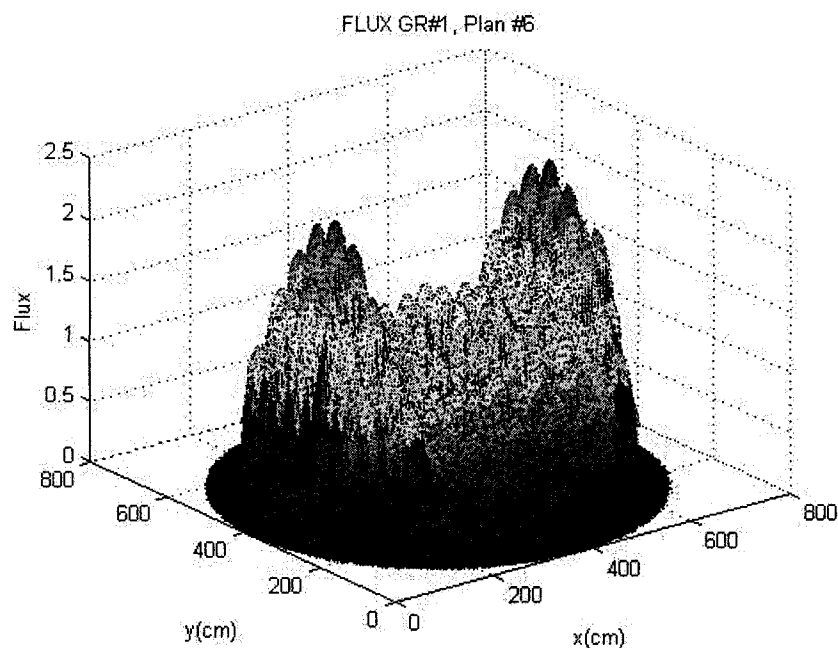


Figure 3.27 Flux rapide du plan #6 de CEBHetPL

Sur la Figure 3.26, on note que le flux maximal est situé au centre du plan #6. Lorsque les mélanges proviennent du calcul de transport évolué dans un environnement hétérogène, on observe un pic de flux au centre du réacteur. Aussi, on observe la présence de deux autres extremums situés en périphérie du réacteur tout comme pour les Figures 3.23 à 3.25. Par contre, les extremums en périphérie sont d'amplitudes inférieures à ceux observés sur les Figures 3.23 à 3.25.

De plus, lorsque les propriétés de la cellule sont tirées de la cellule unitaire de référence, on note (Figure 3.14 et 3.28) que l'amplitude maximale du flux augmente pour un calcul de diffusion sur un cœur hétérogène comparativement au cœur homogène. Si l'on compare la Figure 3.26, et 3.27, on note que lorsque la puissance a été imposé localement sur la cellule (Figure 3.27), les neutrons rapides ont tendance à migrer du centre du plan vers la périphérie.

Les Figures 3.28 à 3.31 présentent le flux thermique au centre du réacteur.

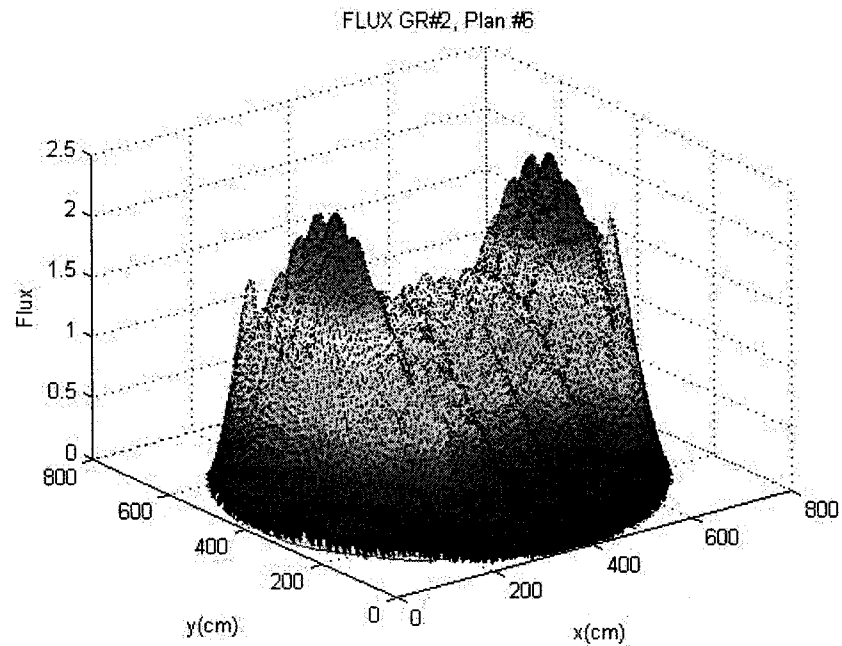


Figure 3.28 Flux thermique du plan #6 de CURHet

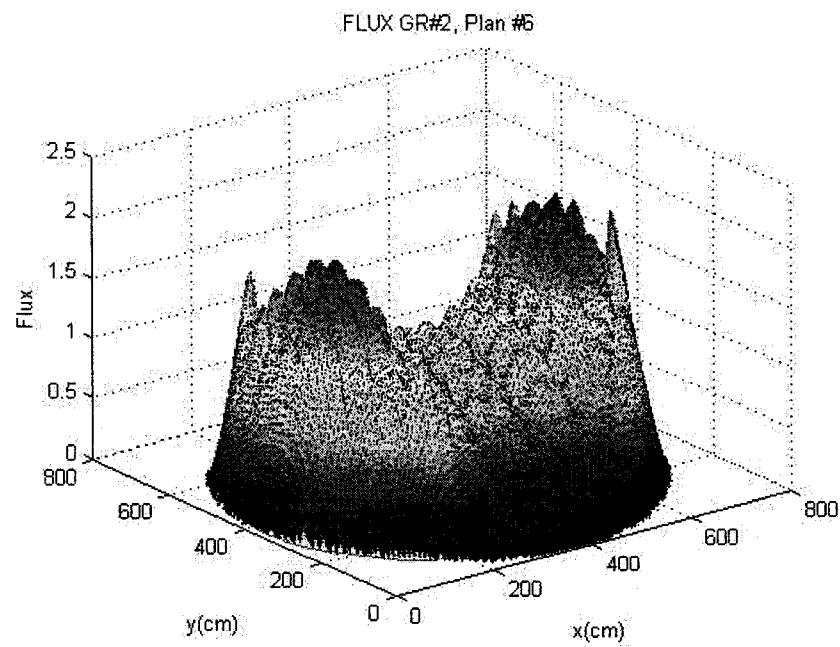


Figure 3.29 Flux thermique du plan #6 de CRBHet

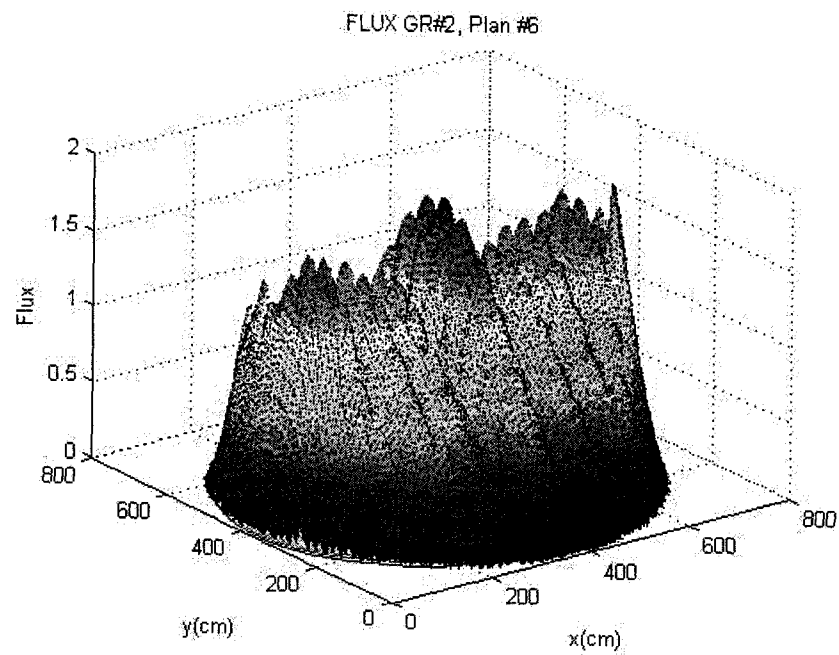


Figure 3.30 Flux thermique du plan #6 de CEBHet

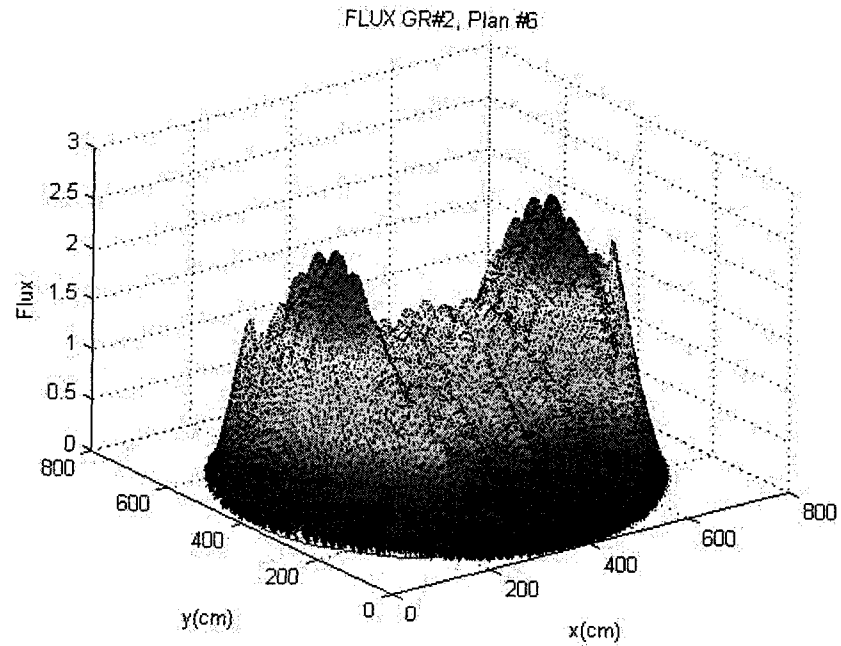


Figure 3.31 Flux thermique du plan #6 de CEBHetPL

Sur les Figures 3.28 et 3.29, on remarque que le flux possède plusieurs extrémums situés près de la périphérie du réacteur. Par ailleurs, lorsque les mélanges proviennent du calcul de transport CelCenRef, il y a une diminution de l'amplitude maximale du flux comparativement au calcul de diffusion CURHet. En comparant la Figure 3.16 et la Figure 3.30, c'est-à-dire le calcul de diffusion à coeur homogène (CEBHom) avec le calcul de diffusion à coeur hétérogène (CEBHet), on note que l'hétérogénéité du coeur donne lieu à une diminution de l'amplitude maximale du flux. De plus, pour le calcul de diffusion CEBHet hétérogène, on note qu'il y a un maximum du flux est situé au centre du réacteur. Le pic de flux central est entouré de 3 extrémums à gauche et de 3 autres extrémums à droite.

Les Figures 3.32 à 3.35 présentent le flux neutronique à l'extrémité du réacteur. Sur les Figures 3.32 et 3.33, on remarque que l'amplitude maximale du flux thermique dans le plan #12 est similaire pour les deux simulations.

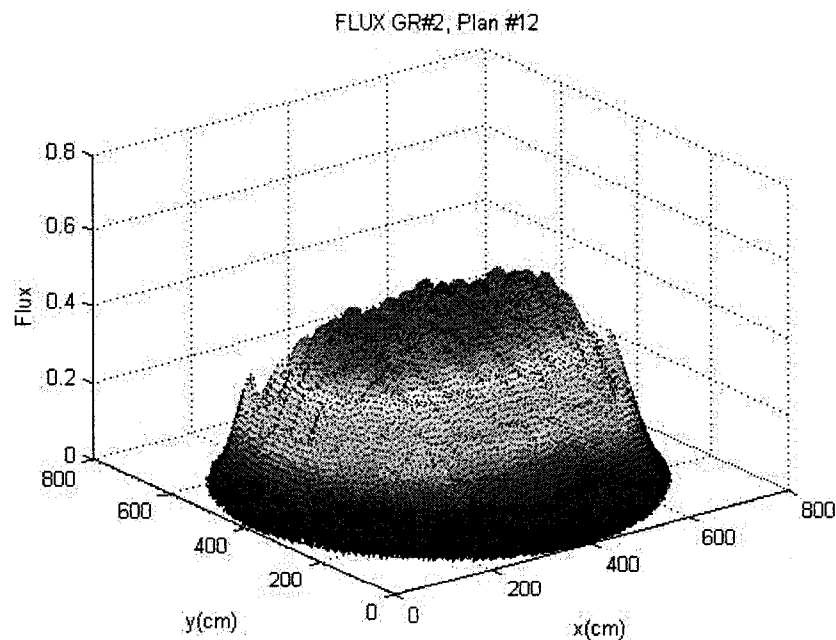


Figure 3.32 Flux thermique du plan #12 de CUBHet

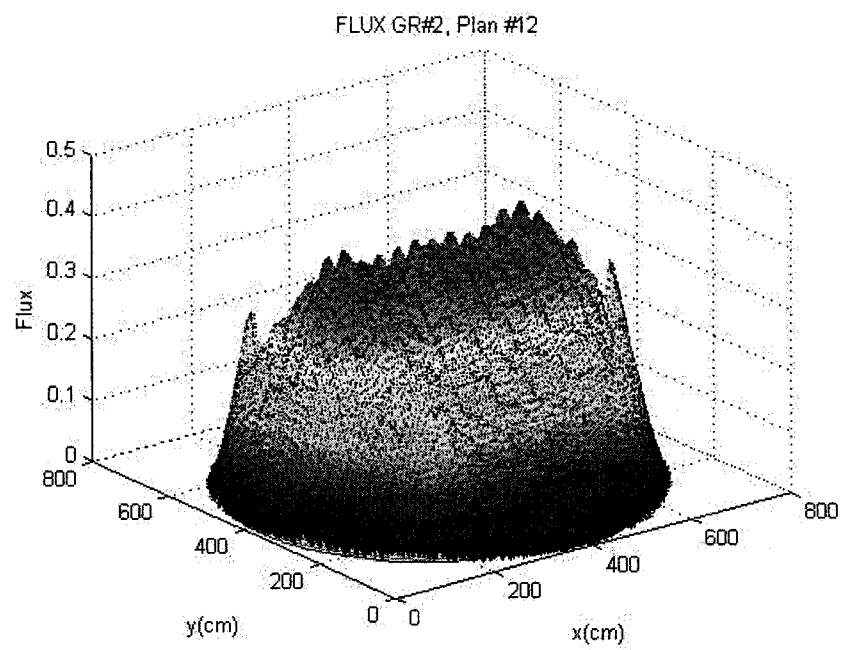


Figure 3.33 Flux thermique du plan #12 de CRBHet

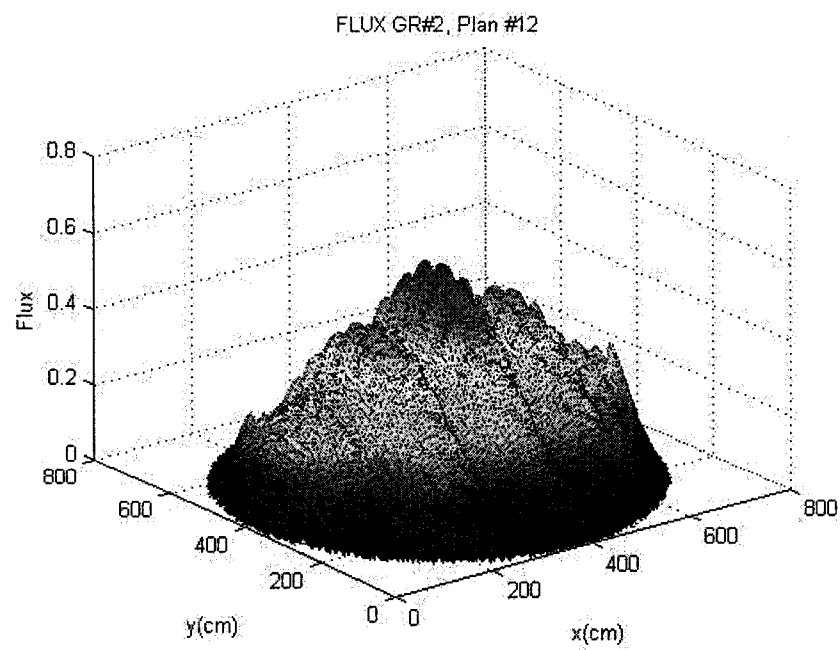


Figure 3.34 Flux thermique du plan #12 de CEBHet

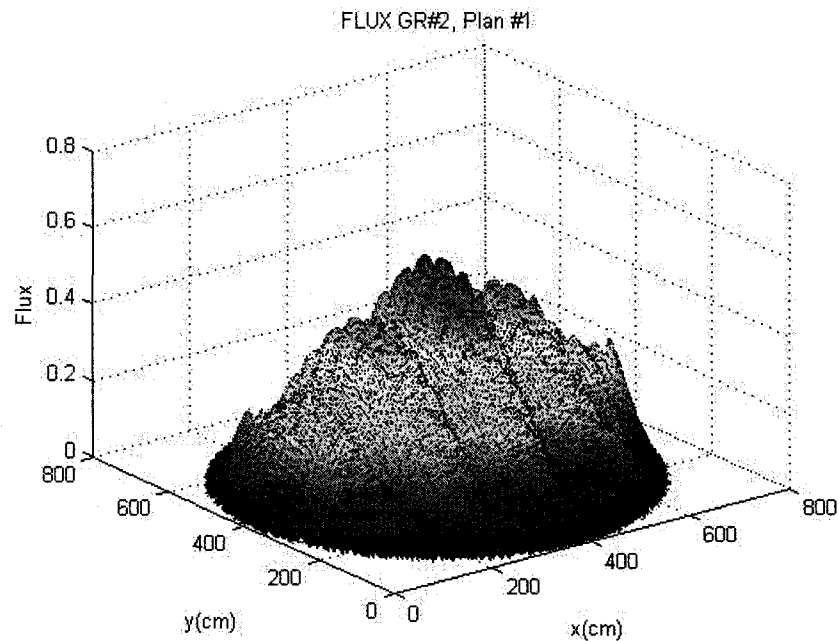


Figure 3.35 Flux thermique du plan #1 de CEBHet

En comparant les Figures 3.34 et 3.35, on voit que le flux thermique a la même forme aux extrémités du réacteur pour le calcul CEBHet. De plus, en comparant le flux à une extrémité du réacteur, dans le plan #12, pour le calcul CUBHet, CRBHet et CEBHet, on constate quelques variations. Dans un premier temps, il y a une variation dans l'amplitude du flux maximale. Le maximum de flux thermique est obtenu pour le calcul CEBHet. Ceci s'explique, encore une fois, par le fait que les neutrons se retrouvent plus localisés dans le réacteur, ce qui augmente l'amplitude du flux thermique. Deuxièmement, on remarque la présence de flux thermique dans le réflecteur lorsque le mélange provient de la cellule unitaire de référence. Finalement, on observe que le flux est beaucoup plus étalé dans le réacteur pour le calcul CUBHet et CRBHet que pour le calcul CEBHet.

Conclusion

Des calculs DRAGON ont été fait sur une cellule unitaire, sur un assemblage multicellulaire à l'intérieur du cœur et un assemblage multicellulaire à la périphérie du cœur. La périphérie du cœur a été simulée en ajoutant du cadmium pour simuler la condition frontière de flux entrant nul. Pour satisfaire ceci, une épaisseur de 2,2 cm de cadmium a été choisie. Les propriétés obtenues suites à ces simulation ont été utilisé pour des calculs de cœur à l'aide du logiciel DONJON.

Pour les calculs DRAGON, on obtient les résultats suivants :

- Le milieu dans lequel la cellule évolue a peu d'influence sur la valeur de la section efficace totale. Dans le groupe thermique et rapide, il a été démontré que la variation était inférieure à 1%.
- La variation de la section efficace de fission thermique est inférieure à 4.5%. La variation de la section efficace de fission rapide quand à elle est inférieure à 2,7%. De plus, la présence de cadmium a proximité de la cellule de référence influence très peu la section efficace de fission.
- La variation du coefficient de fuite rapide entre la cellule unitaire de référence (CelUn) et les autres cellules est inférieure à 0,4%. Pour le groupe thermique, la variation entre la cellule CelUn et CelBord est de -5,76%.
- La variation du coefficient k_{∞} est d'environ -62 mk lorsque la cellule est évoluée dans un environnement hétérogène avec puissance imposée sur la cellule de référence (CelCenEvoPL).

- La présence de réflecteur et de cadmium influence le coefficient de fuite. En effet, la présence de réflecteur (CelBordS) diminue de 7,6 % le coefficient de fuite thermique par rapport à l'assemblage au centre du réacteur (CelCenEvo). Lorsque le cadmium est ajouté en bordure du réflecteur (CelBord), on observe une augmentation du coefficient de fuite thermique comparativement au cas de l'assemblage avec du réflecteur seulement.
- En imposant la puissance localement (CelCenEvoPL), on obtient le même taux de combustion, après 300 jours, que pour la cellule unitaire de référence. Par contre, lorsque la puissance est imposée sur l'assemblage, le taux de combustion après 300 jours n'est pas le même que pour la CelUn. Les taux de combustion, pour les mêmes temps, sont supérieurs dans le cas de CelCenEvo.

Pour les calculs DONJON, on obtient les résultats suivants :

- Lorsque les mélanges DONJON proviennent de cellules évoluées en périphérie du réacteur, ceci a pour impact de diminuer le k_{eff} d'environ 2,8 mk. De plus, on observe que le flux est plus localisé au centre du réacteur et l'amplitude maximale augmente quand les mélanges DONJON proviennent du calcul transport simulant la périphérie du cœur.
- Si la puissance est imposée localement sur la cellule de référence dans l'environnement hétérogène (CelCenEvoPL), on note une diminution d'environ 4 mk de k_{eff} pour le calcul de diffusion. Aussi, la forme du flux est similaire pour les différentes simulations.

- Pour un cœur hétérogène, on observe une diminution de près de 4 mk lorsque les propriétés des mélanges sont tirées d'un assemblage hétérogène (lors du calcul transport) à puissance imposée sur la cellule.
- De plus, on remarque que pour le calcul de cœur, noté CEBHet, le flux se déplace vers le centre comparativement aux autres simulations. Aussi, on remarque la présence de flux thermique dans le réflecteur.

On a démontré que l'environnement utilisé pour faire un calcul de transport a un grand impact sur le calcul de cœur. Les calculs de transport ont été exécutés avec le modèle B_1 hétérogène sans la technique SPH. Il serait intéressant d'évaluer l'impact d'une homogénéisation et d'une condensation en tenant compte de la méthode d'équivalence SPH sur les conclusions de la présente analyse.

Bibliographie

Bell, G., & Glasstone, S. (1970). *Nuclear reactor theory*. New York: Van Nostrand Reinhold Company.

Buijs, A., Ovanes, M., Chan, P., & Bonechi, M. (2007). Optimizing the ACR-1000 core for safety, economics and reliability. *European Nuclear Conference*. Bruxelles.

Dahmani, M., Marleau, G., & Le Tellier, R. (2007a). Modeling Reactivity Devices for Advanced CANDU Reactors Using the Code DRAGON. *Annals of Nuclear Energy* ,35, 804-812

Dahmani, M., Marleau, G., & Sekki, D. (2007b). *ACR-1000 Models for DRAGON and DONJON calculations*. Rapport IGE-292 Rev.1, Institut de génie nucléaire, Ecole Polytechnique de Montréal.

Deniz, V. (1986). The Theory of Neutron Leakage in Reactor Lattices. *CRC Handbook of Nuclear Reactor Calculations*, 2, 409-508.

D'Mellow, B., Joyce, M., Thomas, D. J., Kolkowski, P., & Roberts, N. J. (2007). The replacement of cadmium as a thermal neutron filter. *Nuclear instruments & methods in physics research. Section A, Accelerators, spectrometers, detectors and associated equipment* , 577 (3), 690-695.

Donnelly, J. (1986). *WIMS-CRNL, A User's Manual for the Chalk River Version of WIMS*. Atomic Energy of Canada Limited.

Goldstein, R., & Cohen, E. (1962). Theory of Resonance Absorption of Neutrons. *Nucl. Sci. Eng* , 132, 13.

Hébert, A. (2006). *Applied reactor physics*. Rapport IGE-281 Rev.1, Institut de génie nucléaire, École Polytechnique de Montréal.

Hébert, A., & Marleau, G. (1991). Generalization of the Stamm'ler Method for the Self-Shielding of Resonant Isotopes in Arbitrary Geometries. *Nuclear Science and Engineering*, 108, 230-239.

Letellier, R., Marleau, G., & Hébert, A. (2007). *ACR-1000 Cell Modeling of the Coolant Void Reactivity*. Rapport IGE-303, École Polytechnique de Montréal, Montréal.

Livolant, M., & Jeanpierre, F. (1974). *Autoprotection des résonances dans les réacteurs nucléaires*. Application aux isotopes lourds. Rapport CEA-R-453. France, Commissariat à l'Énergie Atomique.

Marleau, G., Hébert, A., & Roy, R. (2006). *A User Guide for DRAGON 3.05*. Rapport IGE-174 Rev.6F, Institut de génie nucléaire. Montréal: École Polytechnique.

Petrovic, I., & Benoist, P. (1996). BN Theory: Advances and New Models for Neutron Leakage Calculation. *Advances in Nuclear Science and Technology*, 24.

Petrovic, I., Benoist, P., & Marleau, G. (1996). A quasi-isotropic reflecting boundary condition for the TIBERE heterogeneous leakage model. *Nuclear Science and Engineering*, 122, 151-166.

Reuss, P. (1986, Feb). A generalization of the Livolant-Jeanpierre theory for resonance absorption calculation. *Nucl. Sci. Eng.*, 92.

Shen, W. (2006). *Development of a multicell Methodology to Account for Heterogeneous Core Effects in the Core-Analysis Diffusion Code*. PHYSOR-2006, American Nuclear Society's Topical Meeting on Reactor Physics. September 10-14, Vancouver, Canada.

Shen, W. (2005). *Recent Progress in the Development of Cross-Section Models in the Reactor Fuelling Simulation Program (RFSP)*. Mathematics and Computation, American Nuclear Society. Avignon.

Varin, E., Marleau, G., Roy, R., & Koclas, J. (2005). *A User Guide for DONJON 3.01*. Rapport IGE-208 Rev. 4, Institut de génie nucléaire, École Polytechnique, Montréal.

Wohleber, X. (1997). *Modélisation des fuites hétérogènes de neutrons dans un réacteur nucléaire*. Thèse de doctorat, Université de Provence Aix-Marseille I.